Tommaso Russo
A.A 2003 - 2004
Informatica IV

Programma svolto

Sintesi del programma

Questa parte del corso intende dare una panoramica sulla possibilità di condurre un' indagine scientifica utilizzando strumenti che fino a qualche decennio fa non esistevano e fino a qualche anno fa erano appannaggio di pochi laboratori particolarmente attrezzati:

- ricerche testuali sulla letteratura scientifica
- programmi di simulazione
- rappresentazione grafica dei risultati sotto diverse prospettive
- confronto con dati reali desumibili da banche dati di misure già effettuate
- collaborazione in rete con gli strumenti del telelavoro

il test case prescelto è lo studio della genesi delle reti complesse secondo modelli che sono stati ideati negli ultimi 50 anni e sviscerati negli ultimi 6 anni:

- i grafi a connessione casuale di Erdos e Reny
- i reticoli regolari a riconnessione casuale a lunga distanza di Watts e Strogatz
- le reti ad accrescimento preferenziale, senza e con saturazione, di Barabasi

I parametri caratteristici delle reti generate:

- proprietà di connessione
- diametro
- grado medio e sua distribuzione
- coefficente d' aggregazione

vengono esaminati per ogni modello, ri-ricavati ove possibile tramite programmi di simulazione ed analisi scritti dagli stessi studenti, e confrontati con i parametri caratteristici delle reti riscontrate nel mondo reale.

Viene inoltre esaminato l' algoritmo proposto da Yook-Jeong-Barabasi per la creazione di un modello generale che simula l' evoluzione dell' Internet nel passato e nel futuro, con cui creare esempi di “Internet simulata” su cui testare l' efficacia di nuovi algoritmi di routing in un contesto aderente alla realtà.

Testo di lettura:

Mark Buchanan
"NEXUS - la rivoluzionaria teoria delle reti"
Arnoldo Mondadori collana "saggi"
settembre 2003, ISBN 88-04-51251-2, euro 18.

Riferimento globale:

Reka Albert1 and Albert-Laszlo Barabasi
Statistical Mechanics of Complex Networks

reperibile a: http://arxiv.org/abs/cond-mat/0106096
(verrà distribuito in formato elettronico)

21.4.2004

Introduzione al problema delle reti “Piccolo Mondo”

L’ oracolo di Kevin Bacon: http://www.cs.virginia.edu/oracle/
“Posizione privilegiata” di Kevin Bacon?
“Posizione privilegiata” di qualsiasi altro attore:
http://www.cs.virginia.edu/oracle/star_links.html

Il (Mito? Leggenda metropolitana? Problema?) “six degrees of separation”

Stanley Milgram: gli esperimenti (ca 1960) (vedi NEXUS, pg 21-28)

- “Obbedienza al carnefice” (Vedi <lettura non obbligatoria> "The Perils of Obedience", 1974 by Stanley Milgram. Distribuito.)
- “la lettera persa”
- “lettere nel piccolo mondo”

Obiezioni all’ esperimento di Milgram (percentuale lettere arrivate), ripetizione dell’ esperimento in altri contesti.

Problema: quale modello può spiegare la rete “piccolo mondo”?

Prime ipotesi da parte degli studenti: propagazione delle reti di conoscenza ad albero:

- binario (non porta a 6 ma a **34** gradi di separazione)
- Ennario - N = ? Nmin = Radice sesta (6.000.000.000) = ca 43
  - cosi’ pero’ esiste UN SOLO path da me a Kevin Bacon
  - e come si fa a trovarlo? (Problema dell’ algoritmo di ricerca)
- Valori ragionevoli di conoscenti per essere umano? (50 - 100 - 200...)

Primo approccio: reti casuali

Primi richiami di teoria dei grafi (da completare in seguito)

Teoremi strani: “proprietà vera per **quasi tutti i** grafi che soddisfano a...” - definizione esatta:

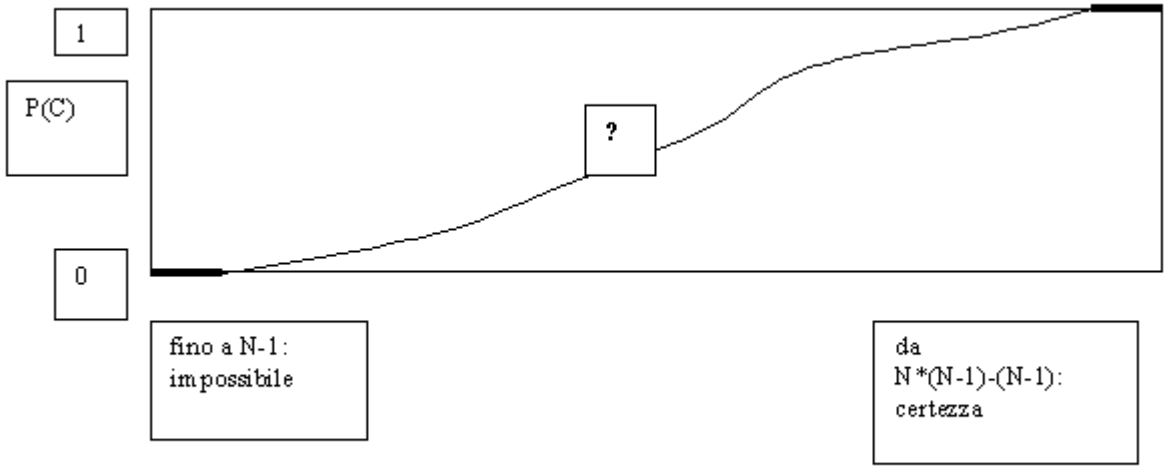
One says that ***almost every graph*** *has property Q* (in a certain model) if the probability that a
graph in the model satisfies *Q* goes to 1 when $n \to \infty$ (of course, in this case *p* and *M* might depend on *n*).

Matematica “sperimentale”: il limite p -> 1 per N -> infinito ci dice poco; è importante che 1-p sia trascurabile agli effetti pratici per reti di dimensione pratica. Evidenza computazionale: se già per N “piccolo” 1-p è trascurabile, allora per N grandi si può aspettarsi p = ca 1 “quasi certezza”.

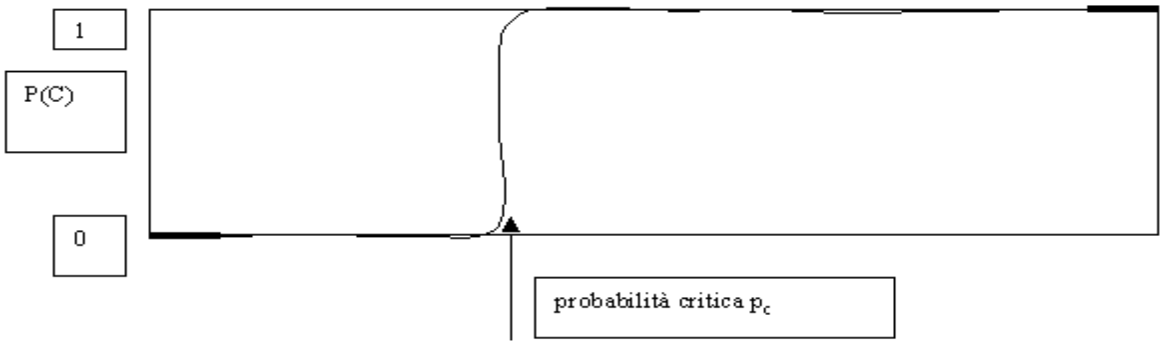
Grafo casuale di probabilità p: esistono p * N * (N-1) /2 archi fra gli N * (N-1) /2 possibili. Quand’ e’ che il grafo è connesso?

Teorema fondamentale della connessione di Erdos - Reny:

Cosa sappiamo:

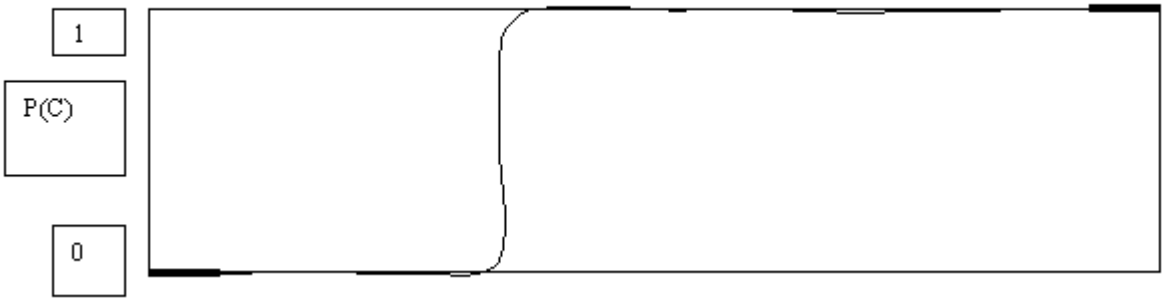


Cosa ha dimostrato Erdos:



22.4.2004

in dettaglio: la proprietà C è qui l' essere connesso, ma lo stesso andamento con diversa p_c si ha anche per altre proprietà (p.es. contenere deteminati subgrafi):



p: 0 p_c 1

n: 0 $nc = p_c\ N\ (N-1)/2$ N (N-1)/2

1. punto di flesso a $p_c = (\ln N) / N$, ossia $n_c = \ln N\ (N-1)/2$; grado totale grafo $= K_c = 2\ n_c$; grado medio dei nodi $<k_c> = K_c / N = ca\ \ln N = p_c\ N$

2. flesso praticamente verticale

3. P(C) trascurabile per $p < p_c$; 1 - P(C) trascurabile per $p > p_c$

Dalle formule reperibili su
Reka Albert1 and Albert-Laszlo Barabasi Statistical Mechanics of Complex Networks
pg. 13 (dimostrate nelle pagg. precedenti, dimostrazioni NON da sapere)

si ricavano le seguenti tabelle:

Probabilità critica perche' un grafo casuale risulti connesso					
N	pcrit=ln(N)/N	n max= N(N-1)/2	n = pcrit * n max	<k>= 2n/N =pcrit*N	d(p crit) = lnN/ln<k>
5	3,22E-001	10	3,218875825	1,61	3,38
10	2,30E-001	45	10,36163292	2,30	2,76
15	1,81E-001	105	18,95635141	2,71	2,72
20	1,50E-001	190	28,4594566	3,00	2,73
25	1,29E-001	300	38,6265099	3,22	2,75
50	7,82E-002	1225	95,84456363	3,91	2,87
100	4,61E-002	4950	227,9559242	4,61	3,02
1.000	6,91E-003	499500	3450,423762	6,91	3,57
10.000	9,21E-004	49995000	46047,09669	9,21	4,15
100.000	1,15E-004	4999950000	575640,5168	11,51	4,71
1.000.000	1,38E-005	5E+11	6907748,371	13,82	5,26
1.000.000.000	2,07E-008	5E+17	10361632908	20,72	6,84
6.000.000.000	3,75E-009	1,8E+19	67545075907	**22,52**	**7,23**
1.000.000.000.000	2,76E-011	5E+23	1,38155E+13	27,63	8,33

Probabilità critica perche' un grafo casuale contenga un ciclo e un componente gigante					
N	Pcrit=1/N	n max= N(N-1)/2	n = p crit * n max	<k>= 2n/N =pcrit*N	N del comp. Gig.
5	2,00E-001	10	2	1,00	2,92
10	1,00E-001	45	4,5	1,00	4,64
15	6,67E-002	105	7	1,00	6,08
20	5,00E-002	190	9,5	1,00	7,37
25	4,00E-002	300	12	1,00	8,55
50	2,00E-002	1225	24,5	1,00	13,57
100	1,00E-002	4950	49,5	1,00	21,54
1.000	1,00E-003	499500	499,5	1,00	100,00
10.000	1,00E-004	49995000	4999,5	1,00	464,16
100.000	1,00E-005	4999950000	49999,5	1,00	2154,43
1.000.000	1,00E-006	5E+11	499999,5	1,00	10000,00
1.000.000.000	1,00E-009	5E+17	499999999,5	1,00	1000000,00
6.000.000.000	1,67E-010	1,8E+19	3000000000	1,00	3301927,25
1.000.000.000.000	1,00E-012	5E+23	5E+11	1,00	100000000,00

Probabilità critica perche' un grafo casuale contenga un albero di ordine 3					
N	Pcrit=N **(-3/2)	n max=N(N-1)/2	n = pcrit * n max	<k>= 2n/N =pcrit*N	
5	8,94E-002	10	0,894427191	0,45	
10	3,16E-002	45	1,423024947	0,32	
15	1,72E-002	105	1,807392228	0,26	

20	1,12E-002	190	2,124264579	0,22	
25	8,00E-003	300	2,4	0,20	
50	2,83E-003	1225	3,464823228	0,14	
100	1,00E-003	4950	4,95	0,10	
1.000	3,16E-005	499500	15,79557691	0,03	
10.000	1,00E-006	49995000	49,995	0,01	
100.000	3,16E-008	4999950000	158,1123019	0,00	
1.000.000	1,00E-009	5E+11	499,9995	0,00	
1.000.000.000	3,16E-014	5E+17	15811,38829	0,00	
6.000.000.000	2,15E-015	1,8E+19	38729,83346	0,00	
1.000.000.000.000	1,00E-018	5E+23	500000	0,00	

Evoluzione di un grafo casuale. Fasi principali:

1- connessioni sparse, nessun albero (perchè?)
2- connessioni sparse con qua e là alberi, nessun ciclo (perchè?)
3- ciclo e componente “gigante”; accrescimento della componente gigante e assorbimento
4- grafo connesso

Importanza della componente gigante nella teoria della percolazione (cenno)
rif Reka Albert1 and Albert-Laszlo Barabasi Statistical Mechanics of Complex Networks
pg. 14 e succ., da darci un’ occhiata

I grafi casuali spiegano la struttura delle reti “piccolo mondo”?
Al contrario di quanto afferma Buchanan a pag. 27 in Nexus, sembrerebbe di si’, almeno per quanto riguarda i gradi di separazione; vedi il diametro (MAX fra i gradi di separazione calcolati) nella prima tabella.

Si consideri inoltre che:
1- “6 gradi di separazione” è dato come MEDIA (non è un diametro) ed è una misura empirica limitata, relativa alle lettere ARRIVATE nell’ esperimento di Milgram; magari quelle che hanno seguito un path più lungo si sono perse;
2- nella rete delle relazioni sociali <k> è senz’ altro superiore a 23, il che corrisponde a una $p > p_c$ e quindi diametro inferiore;

Per quanto riguarda 1 - ,

I dati empirici possono essere ricavati da misure esatte di reti esistenti diverse da quella delle relazioni sociali umane: vedi lista :

Reka Albert1 and Albert-Laszlo Barabasi Statistical Mechanics of Complex Networks
pg. 8
Esaminate con attenzione le colonne relativi ai path medi, l e l_{real}

Per quanto riguarda 2 - ...

28.4.2004

Probabilità critica perche' un grafo casuale risulti connesso				
N	<k>= 2n/N =pcrit*N	d(p crit) = lnN/ln<k>	d(2*pcrit)	d(3*pcrit)
5	1,609437912	3,381989195	1,376726788	1,022192
10	2,302585093	2,760785994	1,507736912	1,191417
15	2,708050201	2,718301206	1,602988372	1,292723
20	2,995732274	2,730371059	1,67327947	1,3643
25	3,218875825	2,753453576	1,728553006	1,41948
50	3,912023005	2,867937186	1,901623351	1,588531
100	4,605170186	3,015473824	2,074095657	1,753821
1.000	6,907755279	3,574249917	2,630732177	2,278842
10.000	9,210340372	4,148191314	3,161291439	2,775086
80.000	11,28978191	4,657696664	3,621949968	3,205039
1.000.000	13,81551056	5,261464354	4,162628527	3,709455
300.000.000	19,51929303	6,569048577	5,326517618	4,795877
400.000.000	19,80697511	6,633204473	5,383527833	4,849128
1.000.000.000	20,72326584	6,836525469	5,564182808	5,017899
6.000.000.000	22,51502531	7,229834018	5,913599547	5,344439
1.000.000.000.000	27,63102112	8,325257055	6,886945897	6,254827

Come si vede, aumentando la densità di connessione 2 - 3 volte (44 e 66 sono più vicini di 22 alla stima di quanti conoscenti abbia un essere umano) il diametro diminuisce, ma di poco; quello che aumenta molto è la resistenza della connettività alla distruzione di connessioni e anche di nodi (che distrugge le connessioni afferenti ai nodi e per di più diminuisce N, aumentando la probabilità critica per la connettività e quindi rendendo facile la disconnessione della parte residua del grafo in un componente gigante e tanti subgrafi piccoli).

Quindi: un grafo casuale genera una rete “piccolo mondo” con diametri ridotti

e connessioni medie <k> limitate. **Domande che sorgono:**

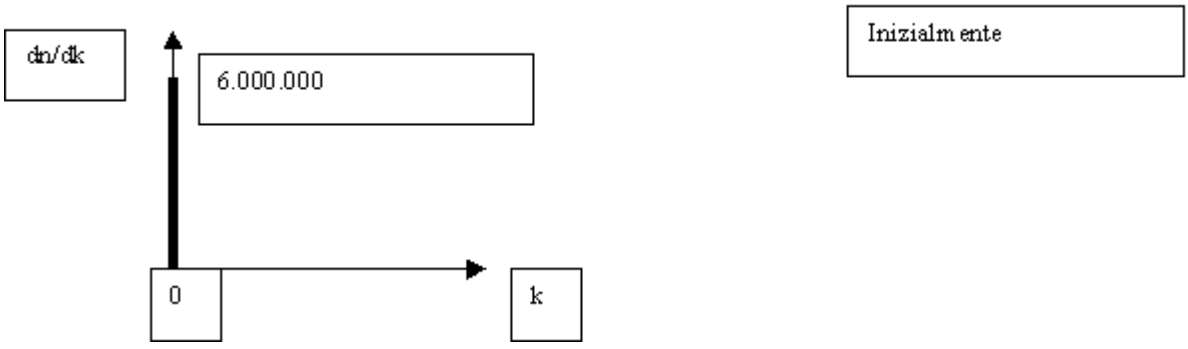
1. possiamo fare di meglio?
2. i grafi casuali spiegano **tutte** le proprietà delle reti “piccolo mondo”?

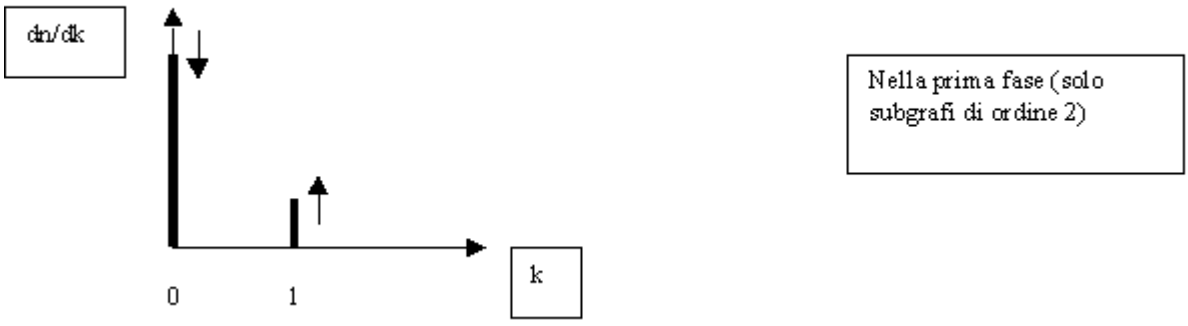
possiamo fare di meglio?

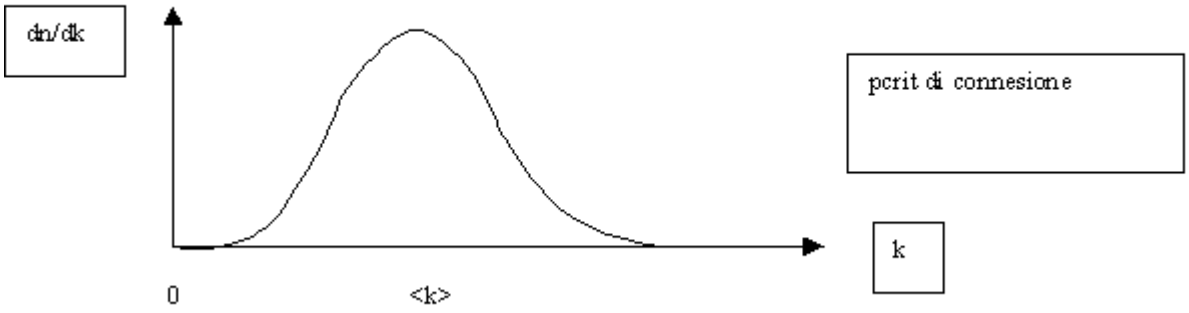
Innanzitutto: definizione di “meglio”. Stella (albero a un livello) con k(radice) = 6.000.000.000 e k(foglie) = 1 dà diametro 2 e <k>=2, MA k(max) = 6.000.000.000.

Caratteristiche desiderabili in una rete - concetto di costo di una rete (c = cammino:)
<k> <c> se k e c sono distribuiti uniformemente o con Poisson
k(max) c(max) se k e c hanno distribuzioni molto irregolari

Evoluzione della distribuzione di k sulla rete casuale:







(vedi Statistical Mechanics of Complex Networks, pg 12)

Ricerca di reti con k distribuito più uniformemente: si prendono in esame reti ad alto grado di regolarità

Alberi regolari d-ari di profondità p (d=numero di diramazioni ad ogni livello):

N. foglie = d^p (nodi con k = 1)
N. nodi intermedi (p -> ∞) = N. Foglie / (d - 1) (nodi con k = d + 1)
k (max) = d + 1
<k> = 2 (distribuzione di k? Problema interessante per chi voglia affrontarlo)
diametro = 2 p (distribuzione di c? Problema interessante per chi voglia affrontarlo)

Albero				
Nodi	6.000.000.000			
Diramazioni	Profondità circa	Diametro=2*profondità		Costo
			Kmax=Diram+1	
2	33	64	3	192
3	21	40	4	160
4	17	32	5	160
5	14	26	6	156
6	13	24	7	168
7	12	22	8	176
8	11	20	9	180
9	11	20	10	200
10	10	18	11	198
15	9	16	16	256
20	8	14	21	294
25	7	12	26	312
30	7	12	31	372
35	7	12	36	432
40	7	12	41	492
45	6	10	46	460
50	6	10	51	510

Ipercubi generalizzati

Ipercubi generalizzati completi				
Nodi	6.000.000.000			
Base	Dimensioni	Diametro=dim		Costo
			<k>=k(costante)	
2	33	33	33	1089
3	21	21	42	882
4	17	17	51	867
5	14	14	56	784
6	13	13	65	845
7	12	12	72	864
8	11	11	77	847
9	11	11	88	968
10	10	10	90	900
15	9	9	126	1134
20	8	8	152	1216
25	7	7	168	1176
30	7	7	203	1421
35	7	7	238	1666
40	7	7	273	1911
45	6	6	264	1584
50	6	6	294	1764

Ipercubi generalizzati NON completi (reticoli a barre)				
Nodi	6.000.000.000			
Base	Dimensioni	Diametro=(b-1)*d		Costo
			Kmax=*2Dim	
2	33	33	66	2178
3	21	42	42	1764
4	17	51	34	1734
5	14	56	28	1568
6	13	65	26	1690
7	12	72	24	1728
8	11	77	22	1694
9	11	88	22	1936
10	10	90	20	1800
15	9	126	18	2268
20	8	152	16	2432
25	7	168	14	2352
30	7	203	14	2842
35	7	238	14	3332
40	7	273	14	3822
45	6	264	12	3168
50	6	294	12	3528

La rete casuale, con il suo costo minimo = 23 * 7 = 150 ca, resta imbattuta.

Gli alberi le si avvicinano, ma con diametri sempre molto maggiori.

I grafi ad alta regolarità veramente soddisfano altri requisiti delle reti, come la simmetria => facile algoritmo di routing.

29.4.2004

I grafi casuali spiegano tutte le proprietà delle reti “piccolo mondo”?

No. Dati empirici molto diversi per
- coefficente di aggregazione (per reti piccolo mondo varia fra 0.3 e 0.75)
- distribuzione di k (vedremo meglio in seguito)

Definizione di C, coefficente di aggregazione - vedi Collective dynamics of‘small-world’ di networks di Duncan J. Watts* & Steven H. Strogatz, legenda alla fig. 2

coefficente di aggregazione di una rete casuale = p (densità dei collegamenti), estremamente bassa rispetto a 0.5

Coefficente di aggregazione della rete sociale mondiale? Decisamente superiore, pari a quelle delle reti piccolo mondo. Vedi in merito (sola darci un’ occhiata) THE STRENGTH OF WEAK TIES: A NETWORK THEORY REVISITED di Mark Granovetter

Possibile modello che spiega Diametro piccolo e C alto:
Collective dynamics of‘small-world’ di networks di Duncan J. Watts* & Steven H. Strogatz, (leggerlo tutto, sapere tutto eccetto l’ ultima pagina)

Spiegato anche meglio in
Reka Albert1 and Albert-Laszlo Barabasi Statistical Mechanics of Complex Networks
pgg 23 - 26, saltare “average path lenght” e “spectral properties”

12.5.2004

Considerazione sui risultati visti finora: leggi generali ottenute per simulazione, non per risoluzione esatta di equazioni differenziali

Essenziali strumenti di simulazione:

Excel (già usato)
GnuPlot (verrà usato, vedi seguito)
Creazione e analisi grafi?

Progetto di realizzazione tool per verifica e la riproduzione dei risultati di Erdos, Watts/Stogatz:

tool multimodulo: ultimo modulo sarà GnuPlot (e questo impatta sulla specifica del penultimo modulo)

altri moduli necessari:
1. Creazione di grafi (secondo varie leggi, sarà un modulo realizzato in diverse versioni)
2. Analisi di grafi

3. (eventualmente) riduzione di risultati ottenuti a dati plottabili

(vedi sviluppi nell' appendice)

13.5.2004

Considerazioni reti “piccolo mondo” di Watts e Strogatz:

Punti notevoli:

W & S non disponevano di alcuna formula analitica per calcolare C(p) e diametro(p);

solo in seguito altri ricercatori hanno determinato che dev’ essere circa

C(p) = ~ C(0) * (1-p) ^ 3
(Statistical Mechanics of Complex Networks, pg 26)
Diam(p) = ~ > Diam (0) / sqrt (2 * p * <k> * Nnodi) (per p lontane da 1)

(**Esempio dei grafi di shortcut completi**): posto nc = n. nodi che partecipano ai shortcut, Nc numero di corrispondenti connessioni “casuali”, è
diam (Nc) = ~ 1 + diam (0) / nc
con Nc = nc(nc-1)/2 =~ nc*nc/2 nc = sqrt(2*Nc)

==> intuizione, verifica solo numerica con selezione casi via Montecarlo;

Il plot di C(p) e Diam (p) su scala lineare non dà indicazioni immediate: le due curve precipitano entrambe a valori molto bassi per poi mantenersi basse fino a p=1, a una prima vista potevano convalidare l’ ipotesi che D e Diam procedessero di conserva, alti C corrispondenti ad alti Diam e viceversa; le differenza è data dagli andamenti per p basse delle due curve

Per apprezzare la differenza bisognava effettuare uno **zoom sui p bassi**, cosa che risulta automatica utilizzando per p una scala logaritmica x=Log p p = 10^x (p=0 va fuori scala, p=1 corrisponde a x=0) il plot si fa per valori negativi di x 0, -1, -2 ... corrispondenti a p= 1, 0.1, 0.001 eccetera. In questo caso, y rimane lineare in C e Diam

Passando da scala lineare a scala logaritmica molte cose appaiono più chiare.

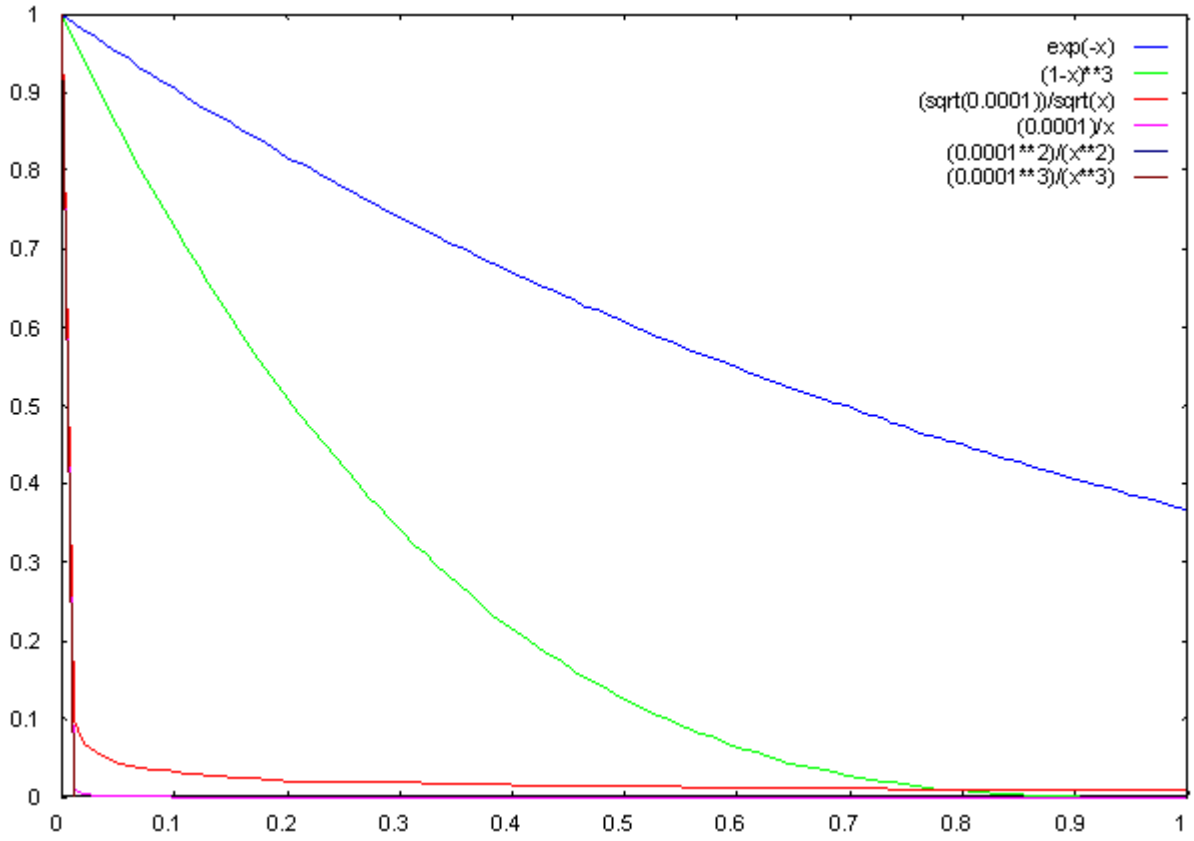
Cosa accade ponendo anche y=Log C/C(0) e y=Log Diam/Diam(0) ?

Si Zooma anche sulla parte bassa di C e Diam; ln(Diam(ln p)) diventa una retta discendente con pendenza 1/2; l’ altra curva rimane con curvatura verso il basso perché non è in p ma in (1-p).

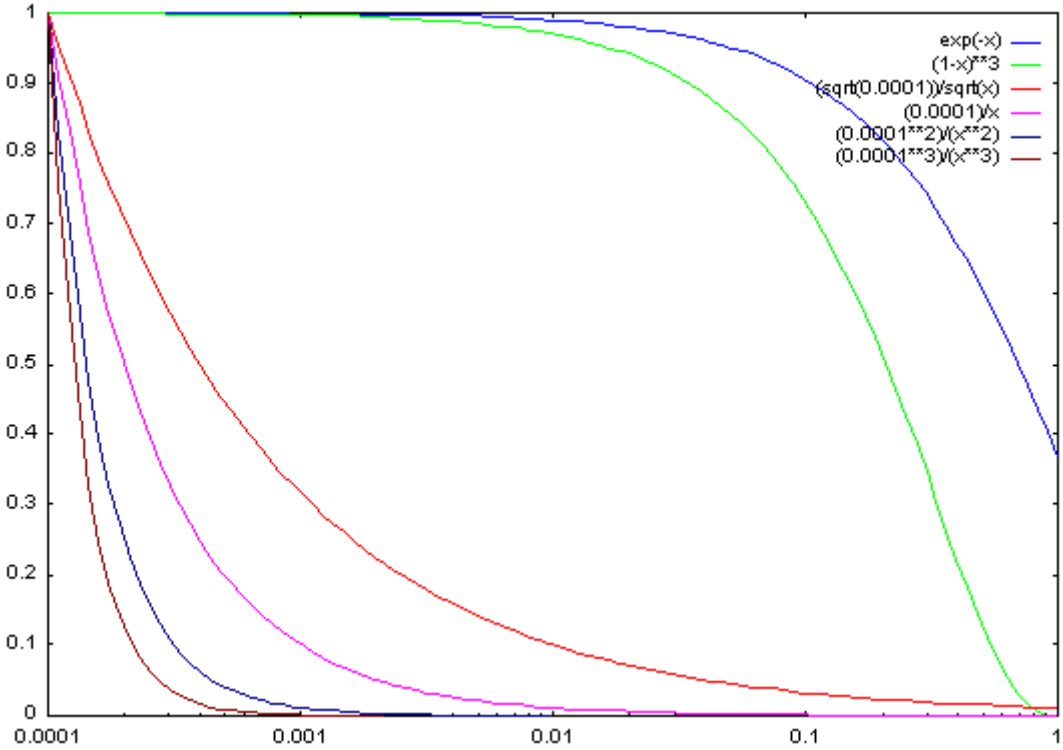
Piccolo corso sull' uso di gnuplot, semplice e potente strumento d' indagine...
plot
set range
set logscale
set range se logscale

Vediamo alcune tipiche "curve di decadimento" in scala lineare, x logaritmica, x e y logaritmiche:

gnuplot> set xrange [0.0001:1]
gnuplot> set yrange [0.0001:1]
gnuplot> plot exp(-x), (1-x)**3, (sqrt(0.0001))/sqrt(x), (0.0001)/x, (0.0001**2)/(x**2), (0.0001**3)/(x**3)

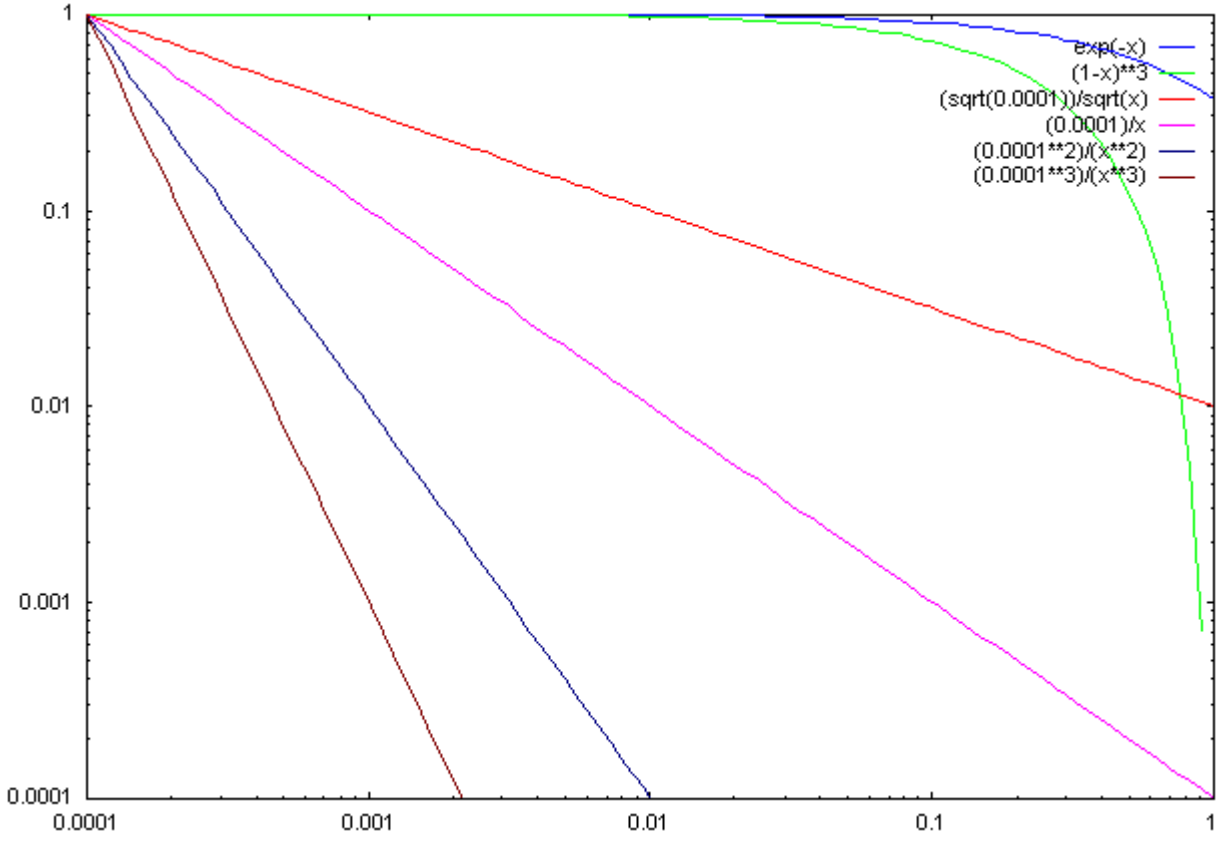


gnuplot> set logscale x
gnuplot> plot exp(-x), (1-x)**3, (sqrt(0.0001))/sqrt(x), (0.0001)/x, (0.0001**2)/(x**2), (0.0001**3)/(x**3)



Ecco come Watts e Strogatz hanno evidenziato lo scarto fra l' andamento di diam(p) e di C(p)!

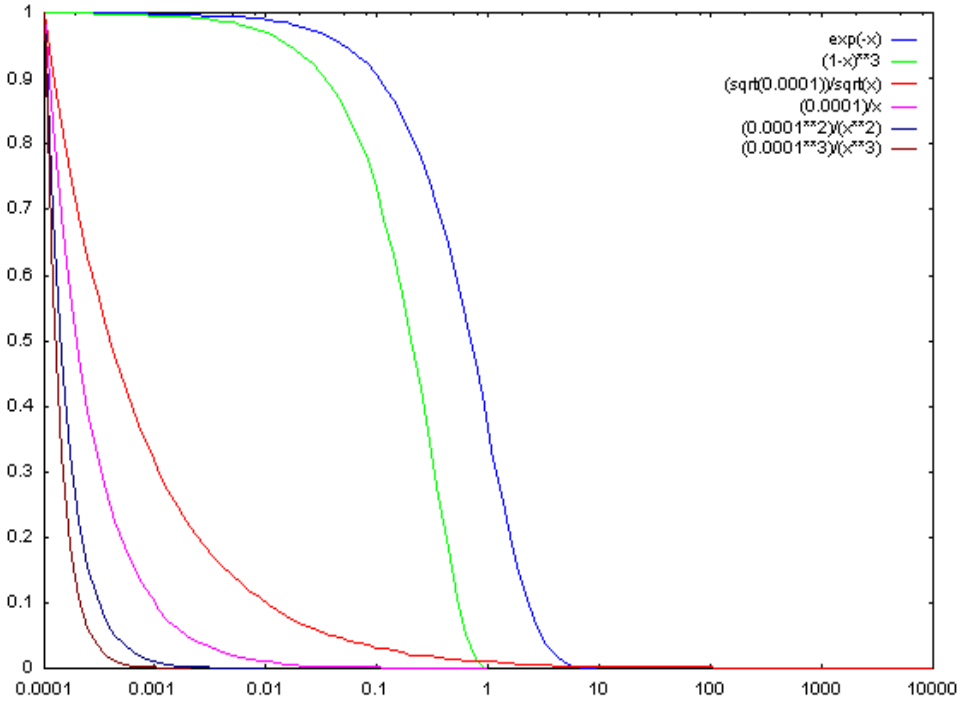
gnuplot> set logscale
gnuplot> plot exp(-x), (1-x)**3, (sqrt(0.0001))/sqrt(x), (0.0001)/x, (0.0001**2)
/(x**2), (0.0001**3)/(x**3)



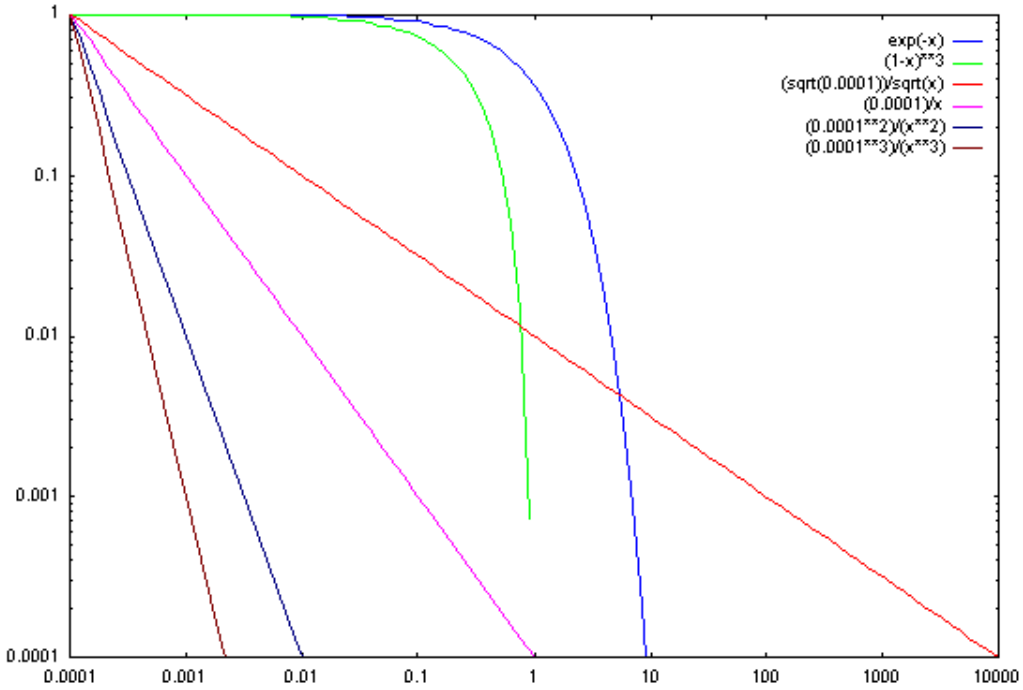
Evidenti le rette delle funzioni che seguono la “legge della potenza”. Meno evidente il fatto che exp(-x)(e la gaussiana exp(-x2)) prima o poi le taglia tutte: per vederlo, estendiamo il range:**

Decadimenti per x >> 1:

gnuplot> set xrange [0.0001:10000]
gnuplot> set logscale x
gnuplot> plot exp(-x), (1-x)**3, (sqrt(0.0001))/sqrt(x), (0.0001)/x, (0.0001**2)
/(x**2), (0.0001**3)/(x**3)



gnuplot> set logscale
gnuplot> plot exp(-x), (1-x)**3, (sqrt(0.0001))/sqrt(x), (0.0001)/x, (0.0001**2)
/(x**2), (0.0001**3)/(x**3)


exp(-x)
(1-x)**3
(sqrt(0.0001))/sqrt(x)
(0.0001)/x
(0.0001**2)/(x**2)
(0.0001**3)/(x**3)
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
0.0001
0.001
0.01
0.1
1
10
100
1000
10000

20.5.2004

Un altro punto di vista sui grafi di Watts e Strogatz:

si possono considerare cluster locali di (<k> - c) nodi totalmente connessi; il problema diventa connettere con una rete casuale i cluster e non i nodi, sfruttando le “c” connessioni di ogni nodo non interne al suo gruppo.

Cambiano le dimensioni: N diventa N/(<k>-c); ma ogni connessione a un gruppo può essere effettuata ad uno qualunque dei suoi nodi, e quindi aumenta il grado del gruppo solamente di 1/(<k>-c)

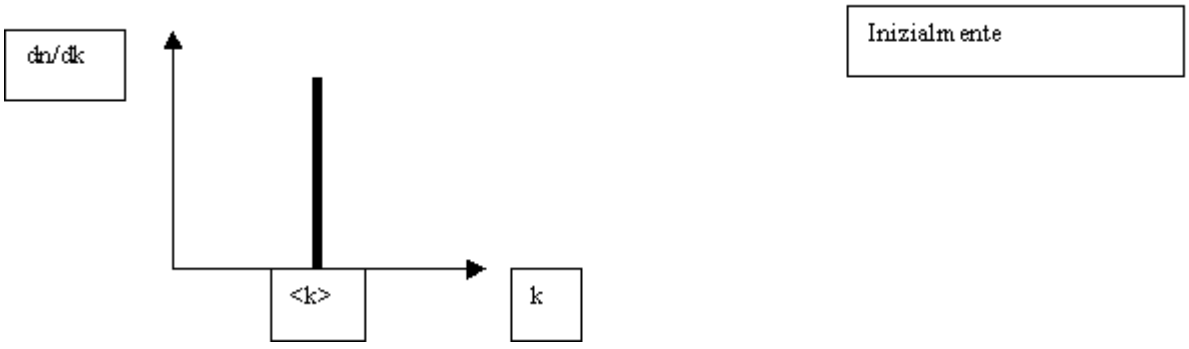
Per N = 6.000.000.000
<k> = 23 (quella della probabilità critica di connessione)
c = 3; quindi nodi in un gruppo = 20
N gruppi 300.000.000
<k gruppi> di probabilità critica di connessione -> 19,5...
Diam = Diam (kcrit gruppi) + 1 + 1 = 6,6 + 2 = 8,6

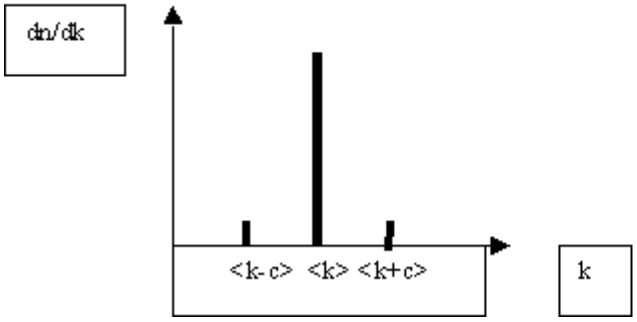
ma qui ci avanzano c * (k-c) = 60 archi per ogni gruppo...
Diam = Diam (3 * kcrit gruppi) + 1 + 1 = 4,8 + 2 = 6,8

Toh, i 6 - 7 gradi di separazione...

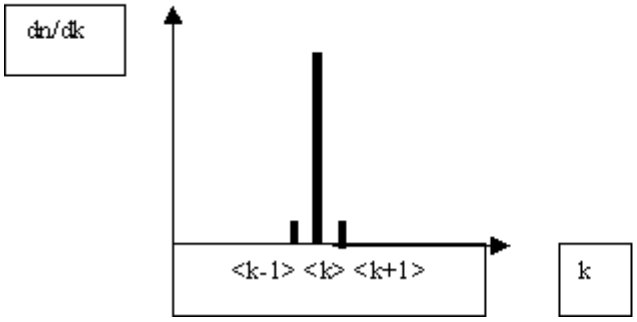
Distribuzioni di K

Evoluzione della distribuzione di k sulla rete ordinata con introduzione di connessioni casuali:

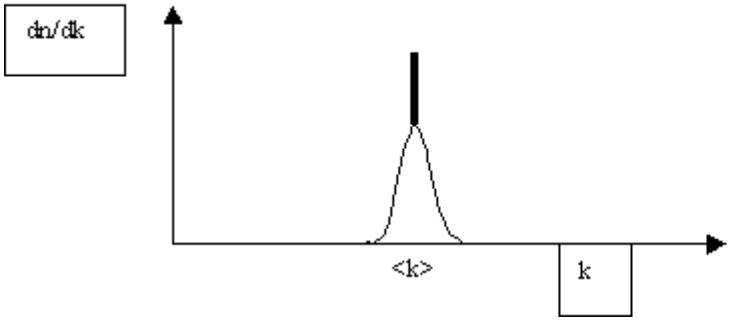




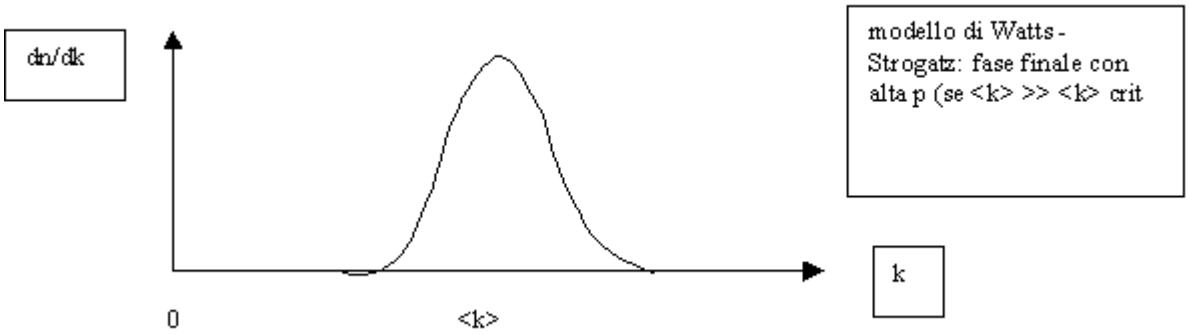
shortcuts di grafi completi



modello di Watts-Strogatz: fase iniziale



modello di Watts-Strogatz: fase finale con bassa p



Distribuzione di k nelle reti reali...

Esaminiamo l' articolo "**Classes of small-world networks" di L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthelemy, and H. E. Stanley** (distribuito in PDF)

e soprattutto i grafici log-log delle distribuzioniriscontrate nelle reti reali, alla luce degli andamenti visti con gnuplot di varie funzioni...

- rete elettrica USA: distribuzione gaussiana, come atteso dalla teoria di Watts-Strogatz
- rete dei maggiori aeroporti: come sopra
- rete delle collaborazioni fra attori: l' andamento riserva una sorpresa, visto in scala log-log ha un largo tratto rettilineo, seguendo in esso la legge della potenza (y=x**-gamma)
- l' Internet e il WWW hanno un andamento ancor più rettilineo (Barabasi, vedremo)

Le reti che seguono la legge della potenza sono state dette "scale free" (prive di scala)

SIGNIFICATO:
“Scale free” è tipico delle strutture che presentano caratteristiche di AUTOSIMILARITA' (frattali)

esempi (NEXUS, pgg 113 – 122):

- bacini idrografici
- strutture molecolari generate da “attaccamento preferenziale”

26.5.2004

Distribuzione del grado nelle reti Internet e Web:
(Barabasi-Albert, Statistical Mechanics of Complex Networks, pgg 3-5)

Per la rete internet la distribuzione segue perfettamente la “legge della potenza”. Per la rete WEB-links in entrata, addirittura, al posto di una caduta finale esponenziale c'è una coda in cui gamma diminuisce: indice della presnza di un piccolo ma significativo numero di nodi superconnessi (al limite, un unico nodo collegato a tutti i rimanenti) detta “gelazione” (da una transizione di fase sol – gel che si ha in un caso matematicamente ananogo nei polimeri) .

Più estesamente in

Barabasi-Albert-Jeong, Scale free characteristics of random networks: the topology of the world-wide-web, pgg 69 – 73.

Per spiegare quueste caratteristiche:
Modello di Barabasi-Albert: modello di accrescimento preferenziale,
con P proporzionale a k

(Barabasi-Albert-Jeong, Scale free characteristics of random networks: the topology of the world-wide-web, pgg 73 – 75)

(Barabasi-Albert, Statistical Mechanics of Complex Networks, pgg 27-30)

Necessità di entrambi i fattori “accrescimento” e “preferenzialità” per l' emergere della distribuzione “scale free”

(pg 29)

Proprietà del modello Scale Free

(Barabasi-Albert, Statistical Mechanics of Complex Networks, pgg 30 – 32, paragrafi:
1 (Average path lenght, in accordo con i bassi diametri di tutte le small world networks) e
3 (Clustering coefficent, che NON SPIEGA gli alti gradi di aggregazione delle reti sociali e delle reti Internet e Web desumibili a pg. 4 e 5.)

Vedi anche Barabasi-Albert-Jeong, the diameter of the WWW (breve comunicazione a Nature del 1999)

).

26.5.2004

Limiti del modello scale free (Statistical Mechanics of Complex Networks, pg 32, punti:
A – Preferential attachment
B.1Growth – empirical results
C.1 e C.2 (solo concetti)
D.1-Aging and cost
e anche Barabasi-Albert-Jeong, Scale free characteristics of random networks: the topology of the world-wide-web, pgg 75 - 77):

- non spiega alti coefficenti di aggregazione.
- predice Gamma = 3, mentre nelle reti reali gamma varia da 1 a 3.
- non spiega il “cut off” esponenziale di alcune reti come quella degli attori.

Correzioni introdotte:

- p dipende da k in modo non lineare (pg 32-33)
- p aumenta col tempo (crescita accelerata, in accordo con misure reali, pg 34)
- inserimento di nuove connessioni (preferenziali) anche fra nodi già esistenti oltre che con i nuovi (spiega molto bene due caratteristiche della distribuzione della rete degli attori: la saturazione iniziale, e gamma diverso da 3 (ca 2.3). Non spiega il “cut off” esponenziale finale).
- “decadimento”, eliminazione casuale di archi esistenti con velocità inferiore all' aggiunta di nuovi. Risultati analoghi al precedente.

Più importanti: (vedi anche Nexus cap. VIII, pg 141):

- Limiti alla crescita delle connessioni di un singolo nodo(pag. 36). Spiega i “cut off” e può essere ipotizzato dovuto a vari meccanismi:
    - saturazione (costo crescente delle nuove connessioni). Spiega il cut-off esponenziale per gli aeroporti.
    - invecchiamento (attrattività dei nodi azzerata a una certa età, anche se portatori di un gran numero di connessioni (“pensionamento”)) . Spiega il cut-off esponenziale per la rete di attori.

Alcuni fenomeni da spiegare:

“coda diritta” di alcune distribuzioni (link Web IN ENTRATA, coautorship): fenomeno detto “gelazione”. Indica che la preferenza per l' attachment non è lineare ma **sovralineare**, almeno per i “piglia tutto”: possibile quando il costo del link in più è trascurabile. Pagine Web eccezionalmente note, baronie accedemiche.

“saturazione iniziale” (numero inferiore al previsto per bassi k): spiegato con il rewiring fra nodi già in rete; dato che si riscontra nella rete degli attori, la spiegazione non soddisfa del tutto (è permessa solo l' AGGIUNTA, non il rewiring di connessioni); spiegabile anche con il fatto che i Data Base non rispecchiano esattamente la realtà, soprattutto per nodi (attori) con poche connesioni (film girati) che possono venir esclusi dal DB.

La grande assente finora: la distanza fisica,

viene presa in considerazione nella
Applicazione pratica di tutto ciò:

Yook - Jeong – Barabasi
Modeling The Internet's Large-Scale Topology
(praticamente tutto – saltare pg 6 e prima metà della 7, didascalia della fig.3, tutta l fig. 4)

Esistono numerosi programmi per la realizzazione di modelli di rete internet like su cui testare nuovi algoritmi di routing: l' articolo dimostra chiaramente che sono **tutti sbagliati**, per cui qualunque simulazione su di essi porterebbe a risultati errati (algoritmi efficenti scartati come inefficenti e viceversa). Come dev' essere un modello giusto, cosa resta ancora da aggiustare.

Come dev'essere un modello giusto:

Distribuzione dei router sul territorio (griglia bidimensionale): non casuale (frattale di dimensione 2) ma in accordo con la legge della potenza (frattale di dimensione 1,5);

Topologia: non casuale ma scale free (genesi ad accrescimento preferenziale);

Dipendenza della probabilità di connessione dalla distanza: non esponenziale (ingiustificato, porta a eliminare i collegamenti a lunga distanza) ma inversamente proporzionale al costo (distanza).

Esame esaustivo di questi tre parametri:
- dimensione D della distribuzione frattale (1 – 2)
- attachment prefeenziale dipendente non da k ma da k**alpha (se alpha > 1 la preferenza è sovralineare e porta a gelazione, pochi hub con moltissime connesioni)
- probabilita' della connessione a distanza dipendente non da 1/d ma da (1/d)**sigma.

SOLO il modelllo con D=1,5, alpha=1 e sigma=1 simula l' internet reale.

3.6.2004

Il modello scale free spiega quasi tutte le caratteristiche delle reti reali con distribuzione che segue la legge della potenza, eccetto l' alto coefficente di aggregazione.

Possibile modello alternativo: attachment a ENTRAMBI i nodi di un collegamento scelto in maniera casuale (Statistical Mechanics of Complex Networks, pg 40, prima colonna in basso:*Attaching to edges*).

- Genera la stessa distribuzione scale free con gamma = 3 bel modello BA, ma
- Spiega coefficenti di aggregazione più alti
- può essere esteso tenendo fermo il concetto che i nuovi nodi non si collegano a nodi già presenti, ma a GRUPPI di nodi presenti, che
- sicuramente descrive la genesi dell' internet (raggruppamento spaziale) del Web (ragguppamento per argomenti), della rete degli attori (per affinità)...

Con questo possiamo dire che tutte le reti reali viste finora si possono spiegare con

1. una genesi “piccolo mondo” di Watts Strogatz oppure con
2. una variante della genesi “scale free” di Barabasi e Albert.

Chiamiamo le prime “reti egualitarie” (k è distribuito secondo gaussiana, +o- eguale pe tutti) e le seconde “reti aristocratiche” (pochi nodi sono iperconnessi).

Robustezza delle reti (Nexus pg 149 sgg).

Resistenza alla distruzione

(Statistical Mechanics of Complex Networks, pg 42, ERROR AND ATTACK TOLERANCE: A (tutto), saltare B e C, D(tutto)).

Vedere anche Albert-Jeong-Barabasi, Error and attack tolerance of complex networks.
Confrontare fig. 3a di questo (pg 380) con la figura 32 a e c del precedente (pag. 43). Dovrebbero essere eguali. O c'è un errore di stampa, o la rete considerata in questo è molto più vicina alla probabilità crtitica di connessione dell' altra (quindi varianza grande rispetto a k medio e quindi importanza dei nodi con molte connessioni). Da verificare.

Concetti chiave:

rispetto alle reti casuali, le reti scale free sono MOLTO PIU' RESISTENTI ai guasti casuali, ma anche MOLTO PIU' VULNERABILI dagli attacchi mirati (che prendono di mira i nodi in ordine decrescente di grado).

Contromisure per le reti costruite dall' uomo.
Sfruttamento della vulnerabilità: come gli antibiotici rendono inattive sostenze chiave nella rete metabolica dei batteri.
Risultati degli nterventi sulle reti ecologiche: assoluta imprevedibilità, unica possibilità simulazioni su modello vero della rete reale.

Propagazione delle infezioni via rete

Vedi Dezsdo-Barabasi, Halting viruses in scale-free networks (can we stop AIDS?), pg 1, pg 2 fino a MeanFieldTheory, saltare fino a pg 3 equazione (9).

Vedi anche (riassunto) Barabasi, Dezso, Ravasz, Yook, Oltvai – Scale-free and hierarchical structure in complex networks (pg 12 – 13).

Concetti chiave:

- nu – probabilità di infezione nel tempo unitario se connessi con almeno un nodo malato
- delta – probabilità di guarigione nel tempo unitario
- lambda = nu/delta – velocità di diffusione
- infettando all' istante iniziale t una parte dei nodi (tipicamente metà) dopo un periodo di fluttuazioni il contagio si assesta in uno stato stazionario dove è costante nel tempo la prevalenza rho = nodi malati/nodi totali
- la prevalenza stazionaria è zero se lambda è inferiore a una soglia lambda critica: lambdacrit=<k>/<k**2>. In questo caso l' infezione viene alla lunga ERADICATA dalla popolazione
- nelle reti sociali “egualitarie” (rapporti di conoscenza, di lavoro e studio) la varianza è finita e quindi lambdacrit è finito: l' eradicazione è possibile per le infezioni che si propagano lungo tali reti (raffreddore, influenza, infezioni batteriche...)
- nelle reti sociali “aristocratiche” scale free la varianza è infinita, lambdcrit=0 e l' eradicazione non è possibile.
- **La cosa è importante** perchè le reti di relazioni sessuali misurate sono scale free, e quindi le infezioni che si propagano in tal modo (malattie veneree e AIDS) non sarebbero eradicabili né diminuendo i rischi di contagio (nu) né migliorando le cure tese alla guarigione (delta).
- la proposta per consentire l' eradicazione dell' AIDS quando le risorse non consentono di curare TUTTI gli infettati: curare preferenzialmente gli hubs sessuali (persone con moltissimi partner)
- teoria e simulazioni numeriche dimostrano che la strategia funzionerebbe: se gli hubs vengono eliminati dal ciclo del contagio, la rete rimanente non è piu' scale free, la varianza diventa finita e lambdcrit non nullo. Anche applicando strategie “imperfette” (non conoscendo con precisione il numero di partner dei malati, e quindi QUALI siano gli hub) la strategia funziona comunque.
- problemi etici conseguenti.

- o -

Appendice - sui programmi di simulazione:

___ BOZZA (da completare) ____

Progetto di realizzazione tool per verifica e la riproduzione dei risultati di Erdos, Watts/Stogatz e Barabasi:

tool multimodulo: ultimo modulo sarà GnuPlot (e questo impatta sulla specifica del penultimo modulo)

altri moduli necessari:

4. Creazione di grafi (secondo varie leggi, sarà un modulo realizzato in diverse versioni)
5. Analisi di grafi
6. (eventualmente) riduzione di risultati ottenuti a dati plottabili

Principi fondamentali di progettazione sw:

Moduli come FILTRI, lettura da stdin e scrittura su stdout, formati Human-readable; questo permette

- la concatenazione in cascata dei moduli
- la scrittura dei risultati intermedi su memoria di massa
- l' ispezione dell' out e la creazione/modifica dell' in da parte di esseri umani

Linguaggi di programmazione usabili: anche diversi da modulo a modulo
Analisi modulo “analisi grafi”

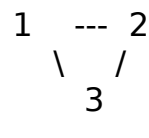
- struttura dati per il grafo (non matrice ma liste di adiacenza)
- algoritmi di ricerca in profondità e ampiezza (preferibile). Dato l' esempio classico basato sulla “colorazione” dei nodi: inizialmente tutti bianchi, (PARTENZA ESPLORAZIONE) se ce n'è almeno uno bianco (se nessuno, algoritmo finito) si sceglie (con qualsiasi criterio, anche a caso) un nodo sorgente; il sorgente viene “ingrigito” e messo in una coda; da ogni nodo presente nella coda (PARTENDO DAL PRIMO) si trovano tutti quelli adiacenti ancora bianchi (se ce n'è almeno uno già nero o grigio c'è un ciclo), che diventano anch' essi grigi e messi nella stessa coda; finito di trovare tutti i suoi adiacenti, il nodo in esame viene “annerito” e tolto dalla coda. L' esplorazione finisce quando la coda è vuota, e allora si ritorna a PARTENZA ESPLORAZIONE (se il grafo non è connesso esistono ancora nodi bianchi, e si devono esplorare i subgrafi rimanenti).
- Modifica all' algoritmo: l' algoritmo classico esplora il grafo ma non consente di tener conto facilmente dei passi fatti dal sorgente; il fatto di considerare in sequenza i nodi della “prima frontiera”, poi quelli della “seconda frontiera” e così via è assicurato dal gestire la coda in modo FIFO, ma la “distanza dalla sorgente” è un dato che va perso. Si usano allora 4 colori, bianco, grigio chiaro, grigi scuro e nero; neri sono i nodi già visitati e di cui sono stati considerati tutti i vicini; grigio scuro i nodi dell' ultima frontiera raggiunta (all' inizio la sola sorgente), grigio chiaro i nodi della nuova frontiera in costruzione; costruita la nuova frontiera, i nodi grigio scuro diventano neri, i grigi chiari grigi scuri, e la distanza raggiunta dalla sorgente incrementata di uno. Con questo algoritmo non serve la coda (ma può venir usata perché velocizza), basta un campo “colore” nel vettore nodi.

Specifiche del formato dei file di in/ou

Output1.
Per un grafo di N nodi il file contiene N record fatti cosi':

il primo: numero totale nodi (e basta; update del gruppo di lavoro)
n°nodo ; lista dei nodi connessi (separata da ',')

Esempio
Con molta fantasia propongo (F.Andrian) il grafo



Il file di output dovra' essere il seguente
4
1;2,3
2;1,3,4
3;1,2
4;2

Output2.
Si puo' calcolare con "L'algoritmo a priorita' di ampiezza"

E' del tipo

NS;N1,Nc1;N2,Nc2 .....

NS = numero di sottografi
Nx = numero di nodi del sottografo x
Ncx = numero di connessioni del sottografo x

Se il grafo e' connesso abbiamo un solo sottografo (NS=1) da specificare.

Dal grafo di esempio visto sopra otteniamo
1;4,4

- o -

Nella specifica dell' output del secondo programma abbiamo trascurato un punto importante: il DIAMETRO

Come si calcola il diametro del grafo esplorato (se era connesso)?

Il numero di passi effettuto per l' esplorazione è indicativo (numero passi <=

diametro <= 2*(numero passi)) e con grafi casuali si avrà quasi sempre diametro “poco>” numero passi, ma per calcolarlo con esattezza non c'è verso, bisogna ri-esplorare il grafo nnodi-1 volte prendendo come sorgente ogni nodo a turno (in realtà l' ultimo nodo si può saltare, ma non è un gran guadagno). Il massimo dei numeri passi effettuati sarà allora il diametro.

Se il grafo NON è connesso, per convenzione si usa dire che il suo diametro è il diametro della sua maggior componente connessa. E' un numero che non ha nessun interesse, possiamo evitare di calcolarlo e dire che per un grafo non connesso il diametro è infinito.

(oppure calcolarlo e vedere come varia prima di raggiungere la connessione: ha un andamento di qualche interesse)

- o -

Nella specifica dell' output del secondo programma abbiamo trascurato altri due punti importanti: il coefficente di aggregazione e la distribuzione del grado.

Calcolo del coefficente di aggregazione medio: non presenta difficoltà. Per le reti perfettamente casuali che abbiamo simulato sinora, non è molto significativo (è praticamente sempre eguale a p “densità delle connessioni”)

Calcolo della distribuzione del grado: non presenta neanche lui difficoltà algoritmiche, ma:

- va memorizzato come VETTORE
- va rappresentato come INSIEME di CURVE – cioè grafico tridimensionale.

Vedi i comandi GNUPlot necessari.....

Programma di generazione dei grafi: da scrivere in due altre versioni:

- reti “piccolo mondo” di Watts e Strogatz
- reti ad accrescimento preferenziale di Barabasi.