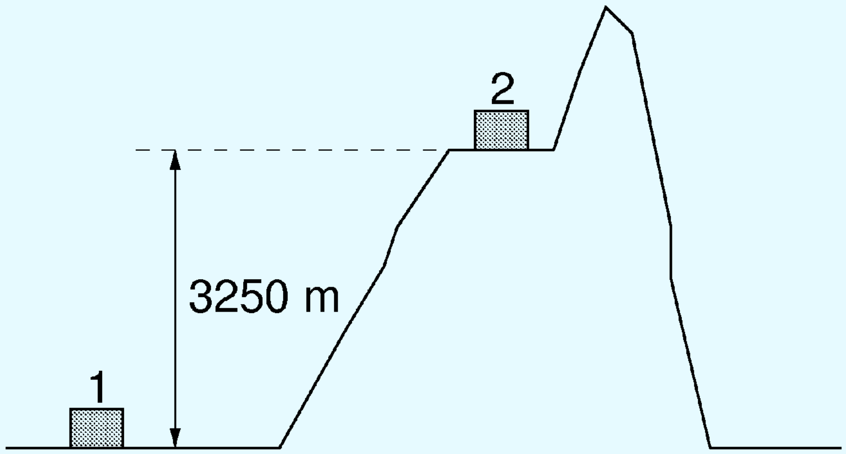
Insegnare relatività

nel XXI secolo

L'esperimento di Briatore e Leschiutta

Questo esperimento risale al 1975.

Ci sono due orologi atomici, uno a Torino (1) e l'altro sul Plateau Rosà (M. Cervino) (2).



L'orologio 1 invia un segnale a 2, e cominciano a contare il tempo.

Dopo circa due mesi, 1 invia un nuovo segnale, e si ferma il conteggio.

Risultato: 2 è *avanti* rispetto a 1 di circa 2.4 μs.

Come si deve interpretare questo risultato?

Quasi sempre si dice: l'orologio 1 *rallenta* rispetto a 2 perché sta più in basso nel campo gravitazionale della Terra.

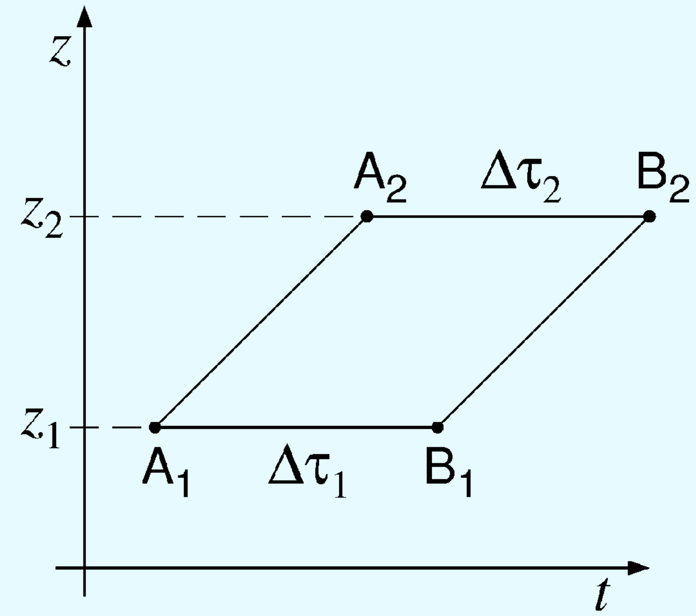
Ma l'interpretazione più corretta è un'altra, come vedremo.

Nei due laboratori possiamo creare condizioni del tutto uguali: l'unica eccezione è il campo gravitazionale, che è leggermente più debole sul monte.

Ma la minima variazione della gravità da sola *non è sufficiente* a spiegare il fenomeno: per quanto possiamo dire, i due orologi debbono marciare *allo stesso modo*.

Il diagramma spazio-tempo

L'orologio 1 sta fermo alla quota z_1; l'orologio 2 sta fermo alla quota z_2: le loro linee orarie sono rette orizzontali.



Inizia l'esperimento.

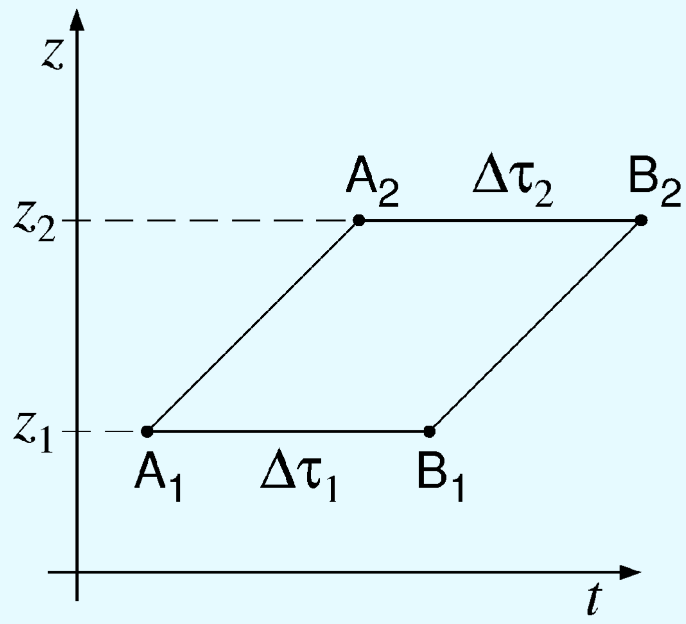
L'orologio 1 emette il segnale di partenza (evento A_1) che viaggia alla velocità della luce, e quando giunge in z_2 fa partire l'orologio 2 (evento A_2).

Dopo un certo tempo, l'orologio 1 manda il segnale di fine esperimento (evento B_1); questo giunge all'altro orologio (evento B_2) e pone termine alla misura.

La figura $A_1A_2B_2B_1$ è un *parallelogramma*, in quanto ha i lati opposti paralleli; e noi sappiamo che i lati opposti di un parallelogramma *sono uguali*.

Quindi *anche i tempi* misurati dai due orologi, che sono le lunghezze $\Delta\tau_1$ e $\Delta\tau_2$ risp. di A_1B_1 e di A_2B_2 *debbono essere uguali*.

Ma l'esperimento ci dice che $\Delta\tau_1 < \Delta\tau_2$!



Diagrammi spazio-tempo = carte geografiche

Un diagramma spazio-tempo *non è* lo spazio-tempo: è una sua rappresentazione, una *mappa*, una "carta geografica" degli eventi nello spazio-tempo.

Ci si deve quindi chiedere: questa mappa è *fedele*?

Dico che una mappa è fedele se il rapporto fra una distanza misurata sulla carta e una misurata nella realtà è *costante* (la *scala* della carta).

L'esempio della Terra – superfici curve

Una mappa della superficie terrestre *non è mai fedele*, perché la Terra è (circa) sferica e non c'è modo di rappresentare fedelmente una *superficie sferica* (in generale, una superficie *curva*) su un *piano*.

Si può *approssimare*, tanto meglio quanto più ci si limita a una porzione *piccola*, ma non si otterrà mai una mappa fedele.

È bene notare che *non vale il viceversa*: mappa non fedele non significa per forza superficie curva.

È sempre possibile (e talvolta torna utile) una rappresentazione non fedele (una deformazione) anche per una superficie piana.

Ciò che caratterizza una superficie curva è che per essa *non è possibile* una mappa fedele su un piano.

Questa osservazione ci tornerà utile fra poco.

Meridiani e paralleli

La figura mostra la carta d'Italia, rappresentata con paralleli equidistanti e meridiani equidistanti, ortogonali fra loro.

(Una carta così fatta è comoda per certi scopi.)

La carta *non è fedele*: misuriamo la distanza tra due meridiani, per es. per una differenza di longitudine di 1°, prima in Sicilia e poi nei pressi di Bolzano.

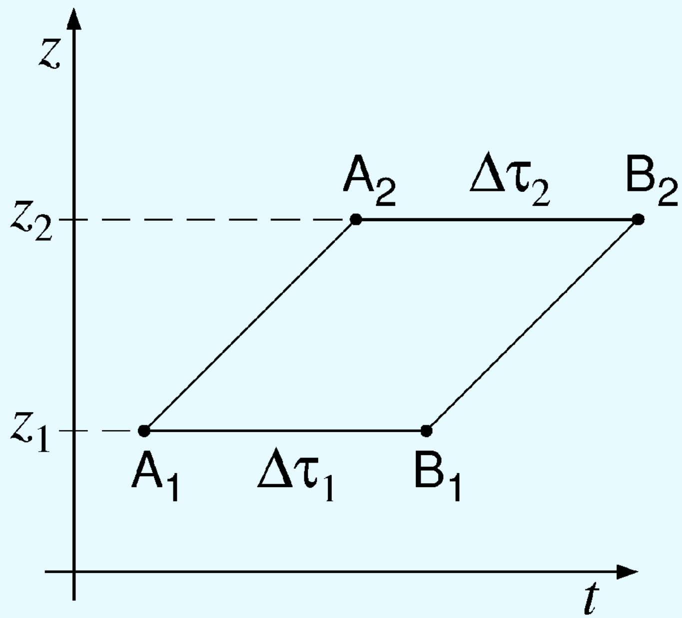
Sulla carta la distanza è sempre *la stessa*; invece *nella realtà* è molto *diversa*.

(Non è certo una grande scoperta: sappiamo bene che i meridiani si avvicinano andando verso il polo...)

La risposta all'esperimento

Allo stesso modo, *solo l'esperimento può decidere* se la carta qui sotto sia fedele o no.

L'esperimento di B–L ci dice che non lo è.



L'esperimento B–L e il redshift gravitazionale

C'è una stretta relazione: vediamola.

Supponiamo che nell'intervallo A_1B_1 l'orologio 1 emetta N cicli di un'onda monocromatica, di frequenza ν_1: avremo

$$N = \nu_1\, \Delta\tau_1.$$

Quando gli stessi N cicli vengono ricevuti dall'orologio 2, essendo cambiato l'intervallo di tempo dovrà anche cambiare la frequenza:

$$N = \nu_2\, \Delta\tau_2$$

quindi

$$\nu_2 / \nu_1 = \Delta\tau_1 / \Delta\tau_2.$$

Lo spazio-tempo è curvo?

L'esperimento B–L ci ha mostrato che la nostra mappa dello spazio-tempo (fatta usando due orologi atomici) *non è fedele*.

Le carte geografiche della Terra *non sono mai fedeli* perché la superficie della Terra è *curva*.

Conclusione: *lo spazio-tempo è curvo*.

La conclusione è *vera*, ma la deduzione è *sbagliata*.

L'errore sta nell'aver trascurato il “mai”.

Nel caso della Terra una mappa fedele *non esiste*.

Invece con l'esperimento B–L noi abbiamo solo scoperto *una* mappa non fedele, ma questo *non dimostra* che non ne esista alcuna.

Alla ricerca della mappa fedele

L'esperimento B–L, insieme al redshift gravitazionale, ci ha insegnato che è la presenza della gravità a produrre una mappa non fedele.

Se non ci fosse la gravità si potrebbe creare una mappa fedele.

Dunque la soluzione è semplice: *basta porsi in un* RI, in caduta libera!

È proprio vero?

Possiamo davvero far sparire la gravità?

Localmente sì, ma in presenza di un campo gravitazionale *non uniforme* vi sono sempre quei piccoli effetti (le *forze di marea*) che non è possibile cancellare.

Anche sulla Terra, se ci limitiamo a una *piccolissima porzione,* ne possiamo avere una rappresentazione così prossima a essere fedele, che gli strumenti non rivelino differenza tra le misure sulla carta e sul terreno.

Localmente anche una superficie curva può essere rappresentata in modo fedele.

(In termini matematici, si dice che si tratta di una *varietà riemanniana*.)

Però su grande scala ciò non è possibile *se la superficie è curva*.

Esperimento su un satellite

Che succede se facciamo l'esperimento di Pound–Rebka in un satellite? Avremo un piccolo effetto di redshift.

E se c'è questo, si avrà anche un piccolo risultato per l'esperimento B–L.

(Sarebbe un esperimento fantascientifico, perché l'effetto è assai piccolo...)

Per quanto piccolo però non c'è modo di farlo sparire completamente.

A questo punto possiamo concludere:

non è possibile disegnare una mappa fedele dello spazio-tempo.

Quindi

è vero che lo spazio-tempo è curvo.

Alcuni commenti didattici

Questa è una delle grandi scoperte di Einstein: la *gravità* implica una *curvatura dello spazio-tempo*.

Vedete che si riesce a toccare punti assai profondi della RG con un'analisi di poche cose, purché siano quelle giuste.

Solo 35 anni fa questi discorsi non si sarebbero potuti fare, perché *gli esperimenti non c'erano*.

Ancor più dobbiamo ammirare Einstein, che ci è arrivato 90 anni fa, del tutto senza esperimenti...

Ma il punto da sottolineare ancora è che *è possibile parlare agli studenti di queste cose*. E non facendo della vaga divulgazione!

Senza dubbio si tratta di cose difficili, e non per i conti o le formule, ma per l'astrazione e i ragionamenti.

Occorre saper cambiare punto di vista; svincolarsi da concezioni radicate.

Ma proprio qui sta il *valore educativo* di questi temi.

Ed è importante far vedere come la fisica possa contribuire a una formazione tutt'altro che “tecnica”: *una vera maturità*.