



LEZIONE 3

Sistemi di riferimento

Continuiamo a riesaminare alcuni argomenti che riguardano l'insegnamento della fisica tradizionale. A parte l'obbiettivo di trattare la relatività, anche la fisica Newtoniana non si può insegnare oggi, alla fine del 20-mo secolo, come 50 anni fa.

Oggi prenderemo in considerazione il concetto di *sistema di riferimento* (brevemente "riferimento"). Già su questo si può fare un'osservazione: se guardiamo un libro di testo di 50 anni fa vediamo che l'interesse a discutere su sistemi di riferimento (inerziali e non), su forze apparenti, sul principio di relatività galileiana, si è sviluppato dopo. Una grossa scossa in questo senso la diede il PSSC, negli anni '60: da allora in poi tutti i testi hanno cominciato a dare spazio ai sistemi di riferimento. In parte perché anche per la fisica avanzata questi argomenti avevano acquistato peso; ma anche perché il lancio dei satelliti artificiali e la presenza di astronauti in orbita ha reso frequente il ritrovarsi a parlare di situazioni in cui il cambiamento di riferimento gioca un ruolo importante.

Sebbene questa non fosse un'innovazione di contenuti, nel senso che non s'insegnava una fisica diversa, sta di fatto che il modo di pensare alle stesse cose è cambiato. Quindi non è vero che la fisica è sempre la stessa. Il concetto di riferimento è fondamentale in tutta la fisica, ma specialmente in meccanica newtoniana e in relatività. Che abbia importanza parlare di rif. quando si fa meccanica, anche newtoniana, è evidente: se si vuole descrivere un moto, occorre prima di tutto fissare il rif. La relatività poi è in gran parte lo studio di cosa succede a cambiare rif.

La prima osservazione importante da fare è che molto spesso un rif. viene identificato con un sistema di coordinate (SC). Si dice di solito: "sia dato un rif. x, y, z " e si disegna una bella terna. Io intendo dissacrare quest'abitudine: insisto che rif. è una cosa e SC è un'altra. Cercherò di spiegare perché, secondo me, ciò su cui bisogna ragionare, su cui bisogna dare idee chiare, è il concetto di rif. Non è bene identificare rif. e SC, per più ragioni. Prima: parlare di rif. significa parlare di fisica, parlare di SC significa fare matematica. È bene non confondere: questa confusione, tra la fisica e la matematica, è sempre in agguato nell'insegnamento.

Seconda buona ragione per cui non è bene confondere, è che in uno stesso rif. si possono usare diversi SC. Possiamo usare coordinate cartesiane orientate diversamente, mentre nell'accezione che voglio darvi di rif. il fatto che io scelga di mettere degli assi orientati diversamente non significa cambiare rif. Di più: nessuno mi obbliga a usare coordinate cartesiane: esistono infiniti possibili SC, e la scelta non riguarda la fisica, ma la matematizzazione del discorso fisico. Certe volte per es. tornano utili le coordinate polari invece delle cartesiane; ma questo non ha niente a che fare con la fisica. Ancora più importante: è vero che le coordinate sono utilissime, ma non sempre; e non sempre sono necessarie. È una tecnica matematica di cui ci si può servire oppure no, senza che questo intacchi il fatto che si stia facendo della fisica. Del resto anche da un punto di vista matematico si può fare della geometria "intrinseca" (o sintetica, contrapposta alla geometria analitica): non sempre un problema geometrico si risolve bene con l'uso delle coordinate. La geometria analitica non è la macchina unica per risolvere i problemi, e lo stesso vale anche nella fisica.

Cercate di non abituare i ragazzi che l'unica maniera in cui si possa affrontare un problema di fisica sia: scegliere certe coordinate (x, y) e poi scrivere le equazioni sulle coordinate. Non è detto che sia l'unica maniera; non è sempre la più semplice, e generalmente non è la più fisica. Il punto di vista intrinseco, quando sia possibile, è preferibile: vedrete che questo discorso ci servirà di riprenderlo a proposito di relatività.

Vi ho portato alcuni argomenti per cui un rif. è una cosa e un SC un'altra: noi che ci occupiamo di fisica dobbiamo prima di tutto stare attenti ai rif. Anche per questo

motivo io preferirò dire “riferimento” piuttosto che “sistema di riferimento”: tolgo così di mezzo la parola “sistema,” che presenta una certa ambiguità.

Ma che cos'è un rif.? Quando parlo di rif., io intendo un ambiente, un laboratorio, quindi *un oggetto fisico reale*, materiale, realmente esistente, concretamente definito. Tra parentesi, un rif. dev'essere rigido: in un laboratorio che mi si deforma sotto il naso, fatto a fisarmonica, diventa problematico eseguire le misure o interpretarle. Intenderò inoltre che questo laboratorio–ambiente sia dotato di tutti gli strumenti di misura di cui ho bisogno. Per questo corso, i soli strumenti di misura di cui avremo bisogno saranno gli strumenti geometrici e gli orologi. Almeno all'inizio non ci servirà altro; più avanti potranno servire anche misuratori di energia, di massa, magari di altre grandezze fisiche. Ma in generale potrebbe servirmi di misurare cariche elettriche, campi. . . Dovete pensare che dentro un rif., identificato come un laboratorio, una stanza, ci sono tutti gli strumenti che vi servono per fare delle misure, per fare un esperimento. Questo è un rif.

Perciò quando parlo di due diversi rif. dovete pensare a due di questi ambienti, tra loro distinti: tutto qui. Naturalmente niente mi proibisce, se per es. il nostro rif. è quest'aula, di convenire che siano x, y, z risp. le coordinate di un punto rispetto a tre spigoli dall'aula concorrenti in un punto; cioè di usare coordinate cartesiane per identificare i diversi punti. Però invece di prendere quel SC ne posso prendere qualsiasi altro, senza cambiare per questo la fisica; mi cambiano solo i numeri che esprimono le coordinate.

Riferimenti in moto relativo

Dato che un rif. è un ambiente, una stanza, un laboratorio, è anche chiaro che un rif. può essere in moto qualsiasi. Almeno all'inizio non ho nessuna ragione per preferire un certo moto piuttosto che un altro: il rif. si può muovere in tanti modi. Però abbiamo già detto che secondo Newton esiste uno spazio assoluto, fermo, immobile; è allora naturale che si pensi che le leggi della meccanica newtoniana si potranno applicare solo se ci mettiamo in un rif. fermo rispetto allo spazio assoluto: in quiete assoluta. Questo è il primo passo: in questo rif. valgono le leggi della meccanica.

Però Newton sapeva bene che il discorso non finiva lì: dopo la frase che abbiamo già vista, in cui “definisce” lo spazio assoluto, Newton aggiunge che ci sono gli spazi “relativi,” quelli che noi chiamiamo rif. in moto qualunque. Newton sa bene, perché prima di lui c'è stato Galileo, che non è necessario un rif. in quiete assoluta per fare della buona fisica: le stesse leggi fisiche valgono anche in altri rif. Inoltre Newton sa che in pratica occorre usare rif. in moto: specialmente ai suoi tempi (ma per la più gran parte anche oggi) la fisica si faceva sulla Terra, che si muove; e per di più non si muove in modo semplice: gira intorno al Sole, ruota su se stessa. . .

Ci si accorge che con una certa approssimazione le leggi di Newton valgono anche sulla Terra, come se fosse ferma. Questa non è la stessa cosa che ho detto prima: mentre prima ho ricordato che le leggi di Newton valgono esattamente in tutti i riferimenti inerziali (RI), ora sto dicendo che sulla Terra valgono, ma solo approssimativamente. Questo perché, in realtà, la Terra non è un RI. Che sulla Terra le leggi di Newton vadano abbastanza bene si capisce: se così non fosse, come si sarebbero potute scoprire quelle leggi stando sulla Terra? È vero che nel caso di Newton si potrebbe dire che non le ha scoperte facendo esperimenti sulla Terra, ma studiando il moto dei pianeti. Però poi molti fatti sperimentali sono stati raccolti in esperimenti di meccanica terrestre; se questa avesse dato risultati totalmente diversi da quelli previsti da Newton, le cose si sarebbero fatte molto complicate.

Questo è generale: è un problema che vale ad es. anche per la fisica dei gas. Si dice sempre: “le leggi dei gas valgono per i gas ideali e non per quelli reali.” Ma se i gas reali non fossero abbastanza vicini ai gas ideali, come sarebbe stato possibile scoprire le leggi dei gas con degli esperimenti? Se il mondo fosse diverso, se i gas che abbiamo a

disposizione fossero fortemente diversi dai gas ideali, le leggi dei gas ideali non sarebbero venute fuori dagli esperimenti.

La situazione della meccanica è analoga. La meccanica sulla Terra non sarà rigorosamente newtoniana, perché ci sono gli effetti dovuti alla rotazione ecc.; però questi effetti sono piccoli e li si può correggere come seconda approssimazione. Al principio se ne può fare a meno: abbastanza da poter dire che il moto dei proiettili segue le leggi della meccanica newtoniana, ecc.

La fisica si è sviluppata per approssimazioni successive. Boyle aveva a disposizione gas reali, però (per fortuna) non poteva fare misure troppo precise; nell'ambito delle misure che poteva fare non era in grado di accorgersi delle differenze. Così poté ricavare una legge $PV = \text{cost.}$ che descriveva bene le sue misure. Poi quando le misure si raffinano si scopre che la legge di Boyle non è proprio esatta... Analogamente: si comincia dicendo "i gravi cadono in verticale, di moto uniformemente accelerato"; poi andando avanti qualcuno si accorge che non cadono proprio in verticale (la famosa deviazione verso Est). Per fortuna la si scopre dopo: se quando Galileo ha fatto i famosi esperimenti dalla Torre pendente le sue palle fossero cadute di traverso, addio: forse non avremmo ancora la fisica. Per fortuna, per quello che poteva vedere lui, i gravi cadevano in verticale.

Esempi di riferimenti

È assolutamente necessario dare esempi concreti di diversi rif., presi dalla vita comune, da realtà scientifiche, ecc. Quando si fanno questi discorsi bisogna mettere bene in evidenza che non si tratta di astrazioni. Quando diciamo che esistono diversi rif., li dobbiamo indicare. Qui ho fatto una lista, e volutamente ne ho messi di vari tipi:

- quest'aula
- un'automobile in autostrada
- un'automobile su una strada di montagna
- un ascensore
- un satellite in orbita
- una stazione spaziale sulla Luna
- una giostra
- un "otto volante."

Tutti questi sono ambienti in cui si possono fare delle misure, sono rif. a pieno diritto. Alcuni sono più comodi per i fisici, altri meno; però sono tutti rif. legittimi. È importante far notare subito che l'esistenza di diversi rif. fa nascere un problema: come si trasforma la descrizione di uno stesso moto da diversi rif.? Ci sono alcuni esempi canonici: se sto su un treno che cammina e faccio cadere una cosa, io che sono sul treno la vedo cadere in verticale; come la vede uno che sta fermo sulla banchina della stazione, col treno che gli passa davanti?

Non è importante arrivare subito alla risposta (una parabola): l'importante è rendersi conto che la traiettoria, la velocità, tutte le caratteristiche che descrivono il moto di un oggetto, cambiano a seconda del rif.; e che perciò un problema fondamentale della fisica è indagare su questo cambiamento. Ci sono delle relazioni, delle leggi, delle formule precise? Intanto rendiamoci conto che il carattere e la descrizione del moto dipendono dal rif. (sono *relativi*); poi andremo a chiarire esattamente come ne dipendono.

Mandiamo in pensione gli "osservatori"

Gli esempi servono poi a sottolineare che un rif. è un oggetto reale: una stanza, un'automobile, un treno, una stazione spaziale. Non è una cosa soggettiva, una cosa sognata, pensata, immaginata. Per ragioni analoghe, in relazione con i rif. è bene non usare mai il termine "osservatore." So che è comunissimo usarlo; è così comune che

anche se dico che non si deve usare mai, qualche volta mi scapperà. Però se mi scappa voi dovrete dire: “paga pegno.”

Perché dico che non è bene usare il termine “osservatore”? Perché c’è poco da fare: quando diciamo “osservatore” siamo portati a pensare a una persona, e quindi introduciamo una connotazione soggettiva: suggeriamo che ciò che si vede dipenda da qualcuno che sta guardando. Mentre invece la cosa importante è ricordare che *le misure di un rif. sono dovute a strumenti*. Ecco perché ho sottolineato prima che un rif. è un laboratorio dotato di strumenti: gli strumenti, in quanto tali, sono *oggettivi*, funzionano per i fatti loro; fanno misure, interagiscono con l’apparato che devo indagare e danno dei risultati, delle risposte, che non dipendono da me o da chiunque li stia usando o guardando.

Sempre sul piano filosofico, è facile equivocare tra la coppia soggettivo/oggettivo e la coppia assoluto/relativo. Quello che voglio sottolineare ora è che le misure (per es. il moto, la velocità) dipendono dal rif., quindi sono *relative*: non si può parlare in assoluto di velocità, ma solo rispetto ad un certo rif. Ma questo non ha niente a che fare col fatto che siano *soggettive*, cioè che c’entri qualcuno che percepisce, qualcuno che osserva: sono relative ma sono *oggettive*. Non bisogna confondere una coppia con l’altra. Questa è filosofia; ma purtroppo è proprio dai filosofi che talvolta arrivano delle confusioni su questo punto. Quindi è bene essere preparati.

Perrafforzare il concetto, faccio notare che a volte un rif., come nel caso di una sonda spaziale, porta strumenti telecomandati. Ci sono esempi recenti: pensate alla sonda Giotto, che è passata vicino alla cometa di Halley. La sonda viaggiava per i fatti suoi, aveva dentro strumenti di vario tipo: elettrometri, magnetometri, tutto quello che poteva servire. Da terra riceveva i comandi di cosa fare e rimandava indietro le misure. Non c’era nessuno a bordo, ovviamente. Abbiamo quindi un laboratorio con degli strumenti, un rif., in cui si facevano delle misure. Se volete chiamare osservatori i fisici che leggevano queste misure, essi stavano però in tutt’altro posto, che non aveva niente a che vedere con la posizione e il moto della sonda.

Quindi l’accoppiamento tra un rif. e qualcuno che ci vive dentro non è necessario: può capitare, ma può darsi anche di no. In ogni caso le misure sono lì, e sono oggettive. Potranno anche essere sbagliate, ad es. se qualcosa ha fatto funzionare male gli strumenti; ma essere sbagliate è diverso da essere soggettive. Sono oggettive nel senso che qualunque fisico, sulla Terra o — per quello che ne sappiamo — su Marte o su un altro pianeta della Galassia, può leggerle e ragionarci su in modo del tutto indipendente da dove sta e da chi è.

Queste sono cose che è bene mettere in chiaro: più presto lo si fa e meglio è. Naturalmente, trattandosi di argomenti che richiedono una certa sottigliezza di ragionamento, quindi una certa maturità intellettuale, non possono essere liquidati una volta per tutte all’inizio di un corso di fisica. Sono argomenti che vanno ripresi, approfonditi, richiamati ogni volta che capita l’occasione.

Ma voglio dire, soprattutto, che questi discorsi vanno fatti prima di mettere in ballo la relatività; altrimenti avremo la solita storia, che finché si fa la fisica classica sembra non ci siano problemi d’interpretazione; poi, con la relatività, non si sa più chi è che vede, chi è che misura, che cosa è vero, che cosa è assoluto, che cosa è relativo... E così la relatività appare una cosa strana, piena di paradossi in cui non si capisce niente.

No: questi problemi non sono specifici della relatività. Quello che capita con la relatività è che certe cose, che si dava per scontato fossero assolute, come il tempo, si scopre invece che non lo sono. Ma in linea di principio il problema di come interpretare il risultato delle misure, di riconoscere che uno stesso fenomeno può essere visto da diversi rif.; tutti questi problemi sono inerenti alla fisica in sé: non sono una particolarità della relatività.

Il principio d'inerzia

Prima di entrare nella relatività, è bene discutere un po' più da vicino alcuni aspetti della meccanica newtoniana. Cominciamo dal principio d'inerzia (PI). La sua formulazione standard, un po' abbreviata ma sufficiente per il nostro discorso, è: “un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme.” Qui c'è un punto fondamentale e delicato, come sanno tutti, su cui si è discusso molto; quindi non posso certo liquidarlo in quattro battute: mi limito a segnalarlo.

Il punto delicato è: come si fa a sapere che su un corpo non agiscono forze? Naturalmente non si può rispondere: “lo vedo dal fatto che si muove di moto rettilineo uniforme,” perché sarebbe un circolo vizioso. Si possono discutere varie vie d'uscita; ma la nostra discussione mira a uno scopo didattico e introduttivo; non mi sembra quindi il caso di proporre soluzioni logicamente complicate, come pure ne esistono. Preferisco dare dei criteri orientativi: come si comporta un fisico?

Quando un fisico sta in laboratorio e fa un esperimento, può aver bisogno di sapere se un certo corpo è soggetto a forze oppure no. Il fisico cerca di fare delle osservazioni, delle misure: qualcosa che gli permetta di stare tranquillo. Per esempio, comincia a controllare se il corpo in questione è lontano da altri corpi.

Ripeto che questi sono criteri orientativi, non prescrizioni rigide; sono solo modi pratici per superare la difficoltà.

Non sempre è possibile tenere il corpo lontano da altri corpi, ma se posso farlo mi sento più tranquillo; perché di solito le forze dipendono dalla distanza: maggiore è la distanza e più la forza è piccola. Se non è possibile (e del resto, non sarebbe sempre sufficiente) si ricorre ad altri espedienti: per es. si cerca di mettere degli schermi.

Pensate alla misura della costante di gravitazione: qui le forze che occorre misurare sono le piccolissime forze gravitazionali. Una delle difficoltà è che ci potrebbero essere in giro cariche elettriche, che producono forze molto più grandi di quelle gravitazionali, tali da rovinare la misura. Allora che si fa? Si racchiudono i corpi in gioco in una gabbia di Faraday, in modo da assicurarsi che all'interno il campo elettrico sia nullo.

Questo era solo un esempio. Ci sono diverse procedure pratiche con cui ci si può garantire, in base alla fisica che sappiamo, che il corpo che c'interessa sia libero da ogni possibile azione dovuta ad altri corpi. Può darsi che gli altri corpi siano lontani, oppure si usa uno schermo; o magari le due cose insieme: dipende dal tipo di esperimento, non si può dare una regola generale.

C'è poi un altro criterio da usare. Le forze non hanno un'origine magica: se avete il sospetto che il corpo sia soggetto a una forza, dovete anche identificarne il “colpevole.” Ogni forza ha un agente che la produce; inoltre esiste una reciprocità, che poi è il terzo principio della dinamica. Se il corpo A produce una forza sul corpo B, il corpo B produce una forza su A. Quindi non ci può essere una forza che agisce da sé: agisce perché c'è un altro corpo, che poi risentirà la reazione.

In ogni caso, se ho il sospetto che ci sia una forza devo dire dove può stare il colpevole; se non riesco a trovare un colpevole vuol dire che non è corretto parlare di forza: la spiegazione di quello che vedo può essere un'altra. Quindi il criterio: cercare il colpevole, l'agente, per decidere se c'è o non c'è una forza.

Occorre notare che tutti questi criteri non sono logicamente inattuabili: usandoli non ci si mette a posto dal punto di vista della logica. Ma la fisica non è la logica. A qualcuno può dispiacere, ci si può sentire a disagio; qualcuno invece dice: “è questo il bello.” Bisogna aver chiaro che quando si parla di fisica, e a maggior ragione quando si comincia a insegnare la fisica, non la si deve presentare come una scienza logicamente ineccepibile, una scienza deduttiva. Voi dovete mostrare come ragiona un fisico: come impara a conoscere, a controllare le cose che fa, a prevedere i fenomeni, ecc. Che è un

discorso tutto diverso dal dare una struttura logica (premesse, deduzioni, ecc.) più o meno rigorosa.

Il principio di relatività

Torniamo al PI: abbiamo già detto che vale in primo luogo in un rif. in quiete assoluta; ma inoltre (lo aveva già detto Galileo) vale anche in un rif. in moto traslatorio rettilineo uniforme rispetto a quello assoluto. Più avanti torneremo su questo punto, per capire come lo si possa riformulare nel momento in cui rinunciamo allo spazio assoluto. Che tutti i RI siano equivalenti dal punto di vista fisico, cioè che tutte le leggi fisiche valgano nello stesso modo in tutti questi rif., è il principio di relatività (PR), che trova il suo primo enunciato esplicito nel *Dialogo sui Massimi Sistemi* (1632): oltre 50 anni prima che Newton scriva i *Principia*.

C'è un modo utile per enunciare il PR, facile da ricordare e inoltre di valore pratico, in quanto fornisce un metodo operativo per sapere se il PR vale o no. Lo chiamerò il “principio del taccuino.” In ogni laboratorio di fisica che si rispetti c'è un quaderno, in cui il fisico annota i risultati degli esperimenti, ma più in generale tutto quello che accade. Il principio del taccuino dice:

se due fisici A e B fanno esperimenti in due diversi RI, non è possibile riconoscere A da B con la sola lettura dei loro taccuini.

Questo perché gli esperimenti che sono possibili per A lo sono anche per B. Badate: non sto dicendo che realmente A e B abbiano fatto esperimenti identici. Può darsi che A abbia provato ad accelerare una particella con un campo di 300 V/m e B invece abbia usato un campo di 400 V/m; perciò A scriverà: “con un campo di 300 V/m ho trovato che, in un dato percorso, la mia particella ha acquistato una data energia,” mentre B troverà che, in un altro dato percorso, la sua particella acquisterà un'altra data energia. Non è necessario che gli esperimenti abbiano tutti i numeri uguali; ma quell'esperimento, da cui naturalmente risulta la conservazione dell'energia, torna bene nel rif. A e nel rif. B, nel senso che se A e B si scambiano i quaderni, leggono i risultati di esperimenti perfettamente possibili nel loro rif. Quindi non c'è modo di accorgersi qual è il quaderno di A e quale quello di B, perché i risultati descritti rappresentano la stessa fisica: in questo senso sono indistinguibili.

Se invece, quando provo a fare l'esperimento, mi riesce diverso in A e in B, allora il PR non vale. Galileo dice: se vi mettete in una stanza sotto coperta di una nave e saltate,

giocate, fate quello che vi pare, da ciò non riuscirete a capire se la nave sta ferma o se cammina (supponendo che cammini in un mare senza onde, senza disturbi). Questa è appunto la formulazione galileiana del PR.

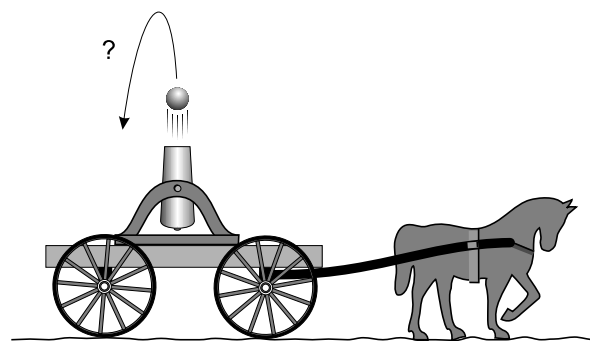


fig. 3-1

Faccio notare che nel programma scientifico-filosofico di Galileo il PR ha un ruolo centrale. È molto di più di una casuale osservazione: se vale il PR, è impossibile decidere se la Terra è ferma o si muove. Cadono così molte obiezioni al sistema copernicano. Dunque nel *Dialogo* il PR è funzionale alla difesa del sistema copernicano.

E adesso un altro discorso, che ha sempre a che fare con il PR. Galileo fa un esempio classico di applicazione del PR (fig. 3-1): “Se prendo un cannone e lo dirigo in verticale, quando sparo la palla va su e ricade nella bocca del cannone. Ora prendo il cannone, lo metto su un carro, e frusto il cavallo: quello parte di gran galoppo. A questo punto sparo il cannone . . .” Simplicio dice che la palla del cannone cadrà all'indietro, perché

il cannone si è spostato mentre la palla è in aria. Salviati dice che la palla non parte in verticale rispetto a terra: ha anche la velocità del carro; quindi descrive una parabola in avanti e ricasca giusto nella bocca del cannone. Anzi: ci casca così bene che non urta nemmeno, perché nel tempo in cui la palla percorre la bocca del cannone, questa cammina in avanti proprio con la stessa velocità della palla; per cui la palla scivola dolcemente dentro la bocca, proprio come se il cannone fosse fermo (fig. 3-2).

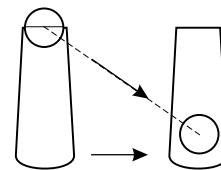


fig. 3-2

Questo è l'argomento di Galileo che illustra il PR: l'esperimento della palla di cannone, fatto nel rif. del carro, è indistinguibile dallo stesso esperimento fatto nel rif. della Terra. Nei due esperimenti il taccuino di un artigliere che sta a terra e quello di un artigliere sul carro sarebbero indistinguibili. Non si può distinguere un rif. dall'altro.

Ma c'è un problema. Galileo porta il suo argomento come prova del PR: succede così e questo dimostra che il PR è vero. Che succeda veramente così, bisogna quindi farlo vedere senza usare il PR; altrimenti è una petizione di principio. Io devo sapere per un'altra strada che le cose vanno così: o perché faccio davvero l'esperimento (che sarebbe la maniera più sicura); oppure perché conosco indipendentemente la fisica del moto dei gravi. Ecco perché Galileo dedica parecchio spazio a studiare il moto dei proiettili in tutte le possibili situazioni.

Dovremo quindi studiare il moto di una palla nel rif. fermo sulla Terra, guardando in particolare come si muove una palla che venga lanciata da un cannone che cammina sul carro. Dovremo far vedere che quella palla descrive una parabola, e che la velocità orizzontale della palla rimane costante, sempre uguale a quella del carro; per cui la palla rimane sempre sulla verticale del carro e ricade dritta nella bocca del cannone. Ma questo lo dovremo fare guardando le cose dal rif. della Terra: non possiamo metterci nell'altro rif., altrimenti usiamo il PR senza averlo dimostrato.

Composizione e indipendenza dei movimenti

Cambio ora angolo di visuale. Non voglio più interessarmi di come ragiona Galileo (che da questo punto di vista si potrebbe anche discutere, ma richiederebbe un'analisi accurata: qualcosa dirò più avanti). A me interessa come ci dovremo comportare noi quando parliamo di queste cose. Lo dico perché in generale nei testi, in relazione a questi argomenti, c'è un po' di confusione. Di solito nello studio del moto dei gravi in due dimensioni entrano in ballo idee come la composizione e scomposizione dei moti e il cosiddetto "principio d'indipendenza dei movimenti."

La domanda è: sono generali queste idee? Esistono in fisica leggi generali di questo tipo, che noi sappiamo essere vere e quindi possiamo usare per capire come si muove un proiettile? Oppure sono solo leggi *ad hoc*, coniate per l'occasione e valide solo in circostanze particolari?

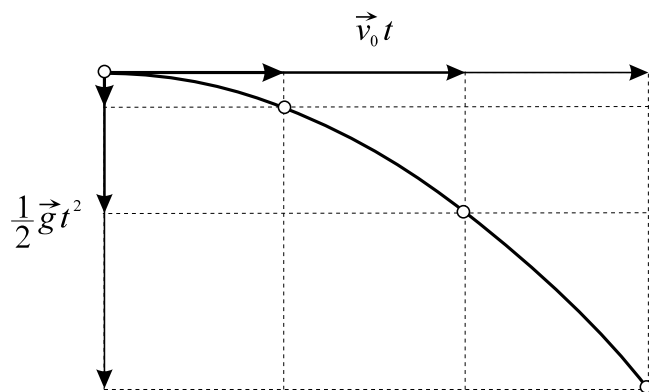


fig. 3-3

Espongo ora quella che credo sia la maniera tradizionale di trattare queste cose. Consideriamo il caso più semplice: quello in cui la velocità iniziale è orizzontale (fig. 3-3). Si dice: io ho due moti, il primo è il moto orizzontale, quello che si avrebbe per inerzia in assenza di gravità. Questo è rettilineo uniforme, quindi nel tempo t lo spostamento è $\vec{v}t$. Poi ho il moto verticale, dovuto alla forza di gravità: quello che il grave avrebbe se non gli avessi dato la velocità iniziale, cioè se



fosse inizialmente fermo. Questo moto sarà verticale e uniformemente accelerato: lo spostamento nel tempo t sarà $\frac{1}{2}\vec{g}t^2$. I due moti sono indipendenti, per cui lo spostamento complessivo è la somma vettoriale (composizione) dei due spostamenti: $\vec{v}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$.

Spero che abbiate notato tutte le freccette: abbiamo due vettori spostamento, uno orizzontale, l'altro verticale. Faccio la somma dei due vettori con la regola del parallelogramma, e trovo la posizione finale. Ho composto (sommato) gli spostamenti dovuti ai due moti: al moto per inerzia e al moto di caduta. Questa è, più o meno, la maniera tradizionale di studiare questi moti.

Galileo, a proposito del cannone, fa invece questo discorso: prendiamo un rif. K (quello della Terra, il laboratorio Terra); poi prendiamo un secondo rif. K' , che è quello sul carro. Studiamo il moto nei due rif. Nel rif. K' , che accompagna in direzione orizzontale il proiettile, questo ha velocità iniziale nulla; quindi in K' il proiettile cade in verticale, e il suo spostamento è $\frac{1}{2}\vec{g}t^2$. Nel rif. K sulla Terra lo spostamento come si ottiene? Si ottiene componendo lo spostamento in K' con lo spostamento di K' rispetto a K. Attenzione: questa volta faccio la composizione del moto relativo col moto di trascinamento, e naturalmente il risultato è di nuovo $\vec{v}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$.

Cosa c'è che non va? Va tutto benissimo, nel senso che tutto quello che è stato detto è vero; però i due discorsi sono diversi. Giungono alla stessa conclusione, giusta, ma sono diversi. Nel primo discorso ho usato l'indipendenza dei movimenti: ho detto che il mio proiettile è dotato di un moto orizzontale e di un moto verticale che si svolgono ciascuno per i fatti propri e si sommano; punto e basta. Non ho parlato di sistemi di riferimento, non ho cambiato rif.: sto sempre nel rif. Terra. Nel secondo discorso invece abbiamo studiato il moto nel rif. K' e poi l'abbiamo trasformato usando la cosiddetta "trasformazione galileiana," cioè aggiungendoci $\vec{v}t$, che mi dà il cambiamento dello spostamento nel passaggio dal rif. K' a K. È giusto che i due ragionamenti portino allo stesso risultato, perché nella meccanica newtoniana questo è un quadro coerente.

Accennavo prima che se si va a vedere come stanno le cose in Galileo, non è così chiaro: non si capisce bene quale sia per lui il punto di partenza e quale il punto d'arrivo. In realtà lui fa un tutt'uno dei due discorsi: tutte le cose stanno insieme, sono tutte vere e formano la sua visione del moto dei proiettili, che è giusta. Simplicio fa un discorso tutto diverso: dice che il proiettile continua a cadere in verticale anche quando è stato lanciato dal carro, e questo è sbagliato, è contraddetto dall'esperienza.

Ripeto però che il problema è: quelle che abbiamo usato sono leggi generali? Noi nel primo caso abbiamo usato la cosiddetta "composizione dei movimenti"; nel secondo abbiamo detto: "passiamo da un rif. all'altro, usando la trasformazione galileiana." La mia domanda è: ma questo modo di procedere si applica sempre, per ogni problema di meccanica, o non è che per caso abbiamo usato qualcosa che funziona *ad hoc*? Per trovare la risposta, vi propongo due situazioni da studiare come esercizio.

Prima: nel problema come lo abbiamo trattato finora abbiamo dimenticato l'aria. Però per i proiettili veri, anche quelli dei tempi di Galileo, che avevano velocità basse ed erano belle palle massicce, l'aria qualcosa faceva. Se poi provate con un pallone da calcio vi accorgete che la traiettoria non è una parabola. Allora la domanda è: se voglio tener conto dell'aria, i due discorsi fatti sopra funzionano ancora? Posso usare la composizione dei movimenti? Posso usare il PR e poi passare da K' a K?

Seconda: se invece del moto di un proiettile sulla superficie della Terra, in una piccola regione di spazio dove il campo gravitazionale è costante, volessi studiare un satellite? Per un satellite in orbita posso usare ancora gli argomenti visti sopra, oppure no? Se sono leggi generali mi aspetto di poterle usare sempre... Provate un po' a ricavare il moto di un satellite con quegli argomenti: vi accorgete che non funzionano. Ecco quindi la mia tesi: il modo con cui si studiano di solito queste situazioni contiene delle idee *ad hoc*, che non sono sbagliate per quella particolare applicazione, ma non possono essere usate come principi generali. Il cosiddetto "principio d'indipendenza dei movimenti" nella meccanica

newtoniana non esiste: può essere usato solo nel caso del campo gravitazionale costante e in qualche altra situazione eccezionale, ma non è una legge generale della fisica. Quindi sarebbe bene non usarlo, perché altrimenti si trasmette l'idea che si possa usare sempre e poi non si riesce a capire come mai in altri casi non funziona.

C'è poi una questione particolare, che posso intitolare “i vettori, questi sconosciuti.” Sarebbe interessante sapere se ci sono, e quanti sono, libri di testo che adoperano i vettori per questi problemi. Ho la sensazione che i vettori vengano definiti ma poi ci si riduca sempre a usare le componenti: tutte le formule e le equazioni vengono scritte per le componenti. Si prende un SC (x, y) , si studia la componente x del moto, la componente y , e poi si ricompono. Notate la differenza col mio modo di procedere: io ho scritto una somma di vettori.

Discussione

D: Ho una domanda sui criteri orientativi per cui un corpo non è soggetto a forze. Lei ha detto che dev'essere lontano da altri corpi. Però siccome siamo in un riferimento terrestre, è comunque soggetto alla forza di gravità. Quindi il corpo sarà lontano sì da altri corpi, però sempre a contatto con un vincolo, necessario per equilibrare la forza peso.

F: Potrei generalizzare dicendo che le forze ci sono ma sono equilibrate. In parecchi testi, specialmente di tradizione americana, il PI viene enunciato in questo modo: “un corpo non soggetto a forze non equilibrate.” Personalmente non mi piace molto, perché così sfugge ancora di più la differenza tra primo e secondo principio. Preferisco che il PI venga enunciato pensando che non ci siano vincoli, che non ci siano reazioni vincolari: il corpo si muove proprio nello spazio. Naturalmente di regola siamo sulla Terra e questo non può avvenire, perché c'è la gravità.

A proposito di primo e secondo principio, debbo dire che non mi emozionano molto le discussioni sulla compatibilità logica, sulla deducibilità di questo da quello, cioè tutte le analisi del tipo se il primo principio è indipendente dal secondo . . . non mi sembrano interessanti.

Vorrei giustificare questo da due punti di vista. Il più semplice per cavarmi d'impegno è che da un punto di vista didattico non è assolutamente consigliabile andare a cavillare tanto su queste cose. È già abbastanza difficile far capire e far usare correttamente i principi della dinamica, come qualunque altro pezzo della fisica, senza bisogno d'ingarbugliarsi dentro disquisizioni di dipendenze logiche. . . Immagino che quest'argomento troverà il vostro consenso, in qualità di “addetti ai lavori.” Poi ho un altro argomento: a me sembra che la struttura di un discorso fisico si veda nel suo insieme. Non m'interessa molto mettermi a discutere, in partenza, il significato preciso del postulato A, del postulato B, ecc. Nell'insieme può esserci benissimo una specie di circolarità, cioè una cosa che si definisce attraverso un'altra che sembra sia stata introdotta *ad hoc*.

Non sono mai stato né tanto preoccupato né tanto sensibile verso critiche del tipo: “ma come, li introducono questo che fa uso anche di quest'altro . . .” Per esempio: spesso s'introduce il secondo principio con un classico esperimento, come quello di un carrello sulla rotaia a cuscinio d'aria, messo in movimento dalla trazione di un filo collegato a un peso. Bene: se si va a studiare accuratamente la situazione, si vede che non si può fare a meno di usare anche il terzo principio. Quindi l'esperimento non prova niente di per sé, perché usa il terzo per dimostrare il secondo! Ma la cosa non mi disturba, se la s'intende non come una “dimostrazione” di qualche principio, ma come un'illustrazione, la presa di conoscenza con un fatto sperimentale che suggerisce una certa interpretazione teorica.

Anticipando qualcosa che discuteremo molto più a fondo nel seguito, faccio notare che c'è un buon motivo per cui finora mi sono interessato solo del primo principio:



perché uno dei cambiamenti essenziali apportati da Einstein alla dinamica sta proprio nel ridefinire il RI. Vedremo che per Einstein un rif. in caduta libera è inerziale: in quel rif. la gravità sparisce. Nell'ascensore di Einstein un corpo si muove di moto rettilineo uniforme, quindi è molto più semplice dire che non c'è nessuna forza e vale il PI. Questo spiega perché il criterio che m'interessa è proprio quello del moto rettilineo uniforme di un corpo non soggetto né a forze né a vincoli.

I: Un intervento accenna al fatto che anche Galileo non poteva fare esperimenti in assenza di aria.

F: A questo proposito c'è nei *Discorsi* una bella battuta di Salviati, rivolta a Simplicio:

“Aristotele dice: ‘una palla di ferro di cento libbre, cadendo dall’altezza di cento braccia, arriva in terra prima che una di una libbra sia scesa di un sol braccio’; io dico ch’ell’arrivano nell’istesso tempo; voi trovate, nel farne l’esperienza, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l’altra ne è lontana due dita: ora vorreste dopo queste due dita appiattare le novantanove braccia di Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l’altro massimo.”

Sappiamo bene che gli esperimenti nel mondo reale devieranno rispetto al mondo ideale; ma dobbiamo saper riconoscere quelle differenze che possono essere ridotte. Dobbiamo fare il confronto tra due teorie, e le due teorie danno risultati ben distinguibili; se l’esperimento, entro gli errori, e tenuto conto delle possibili perturbazioni esterne, parla nettamente a favore di una delle due, dobbiamo accettare il responso dell’esperimento, e non nasconderci “dietro quelle due dita.”

I: Rileva la difficoltà di presentare la fisica su base sperimentale.

F: Non si deve credere che si possa ricavare tutto dagli esperimenti, e tanto meno da quelli assai modesti che è possibile fare con una classe. Bisogna perciò aver chiaro quale può essere l’obiettivo del lavoro sperimentale.

Ruolo del laboratorio

Prima di tutto, occorre far capire che cosa significa fare un esperimento. Ci si pone l’obbiettivo di misurare qualcosa: ci si scontra inevitabilmente con delle difficoltà; le si studia, le si supera, si migliora l’esperimento... C’è tutto un lavoro che bisogna fare: registrare i dati, confrontarli, analizzarli: è una parte del “mestiere” della ricerca scientifica, che indipendentemente dal fatto che l’esperimento sia primitivo, rozzo, condotto in modo inesperto o viceversa sofisticato, mantiene però certe caratteristiche comuni. E questo va insegnato.

In secondo luogo, cosa che forse si sottolinea meno, bisogna che i ragazzi prendano familiarità con i *fatti*, cioè con le cose che succedono nel mondo; il che, spesso, non richiede nemmeno degli esperimenti, ma richiede solo di guardarsi intorno.

Vi faccio un esempio qualunque: “con che velocità cade una goccia di pioggia?” Cerchiamo di arrivare a farci un’idea di tale velocità; così poi scopriremo che se usiamo la solita formuletta $v = \sqrt{2gh}$ non torna assolutamente.

Ma come faccio a sapere con che velocità cade una goccia di pioggia? Questa non è una legge fisica fondamentale: è una conoscenza di fatto. Una parte del lavoro sperimentale o comunque della riflessione sui fatti sperimentali dovrebbe essere dedicata a questo. E si tratta di un lavoro che si potrebbe fare in buona misura al biennio: prendere conoscenza delle cose che succedono nel mondo, dei fenomeni, degli ordini di grandezza, *fare* delle cose; usare le mani e non solo il cervello.

Diverso è il discorso quando si discute su che cosa si fonda la conoscenza teorica della fisica: anche semplicemente le leggi della dinamica. Non si deve lasciar credere ai ragazzi che mentre loro non sanno fare gli esperimenti di caduta dei gravi, Galileo era più bravo e li ha fatti precisi: non è questo il punto. Noi abbiamo, in ogni caso, strumenti

migliori di quelli che aveva Galileo: basta pensare agli orologi. Galileo non è arrivato a quelle idee perché aveva degli strumenti migliori; Newton non ha trovato le leggi della meccanica con la rotaia a cuscino d'aria o con cose del genere...

Il modo come si arriva a capire, e soprattutto il fondamento, cioè la base su cui ci fondiamo per credere a quelle leggi, non sta in quegli esperimenti. Ai tempi del PSSC si discuteva molto sul ruolo che potevano avere i famosi esperimenti coi carrelli e gli elastici, per “verificare” $F = ma$. A mio parere il ruolo è soltanto questo: dare una “sensazione” di quello che succede, e far vedere che più o meno torna; ma non dobbiamo dare a intendere che abbiamo *indotto* dagli esperimenti la seconda legge della dinamica. Essa ha delle basi sperimentali di tutt'altra natura. Se mai, già ai tempi di Newton, le basi sperimentali della seconda legge della dinamica stavano nel moto dei pianeti.

Le frontiere della ricerca

Il vero banco di prova, direi il trionfo, della meccanica di Newton è il sistema solare. Questa, purtroppo, è cosa che resta troppo in ombra nell'insegnamento della fisica. Invece è importantissima, perché nella meccanica del sistema solare ci sta tutto. Ci sta la prima scoperta della legge di gravitazione, confrontando l'accelerazione di gravità sulla Terra con l'accelerazione della Luna; ci sta la deduzione dalle leggi di Newton delle leggi di Keplero, che erano già note dalle osservazioni; c'è infine il potere predittivo della teoria, che culmina, 150 anni dopo, nella scoperta di Nettuno.

È questo il discorso che bisognerebbe fare; e se non si fa, si perde il sapore di che cos'è la fisica. La fisica è questo gioco intrecciato, continuo, di esperimenti così e così, d'invenzioni, d'idee che suggeriscono uno schema teorico, del controllo delle previsioni di quello schema, ecc. Arrivando poi ai risultati che sappiamo. Insomma: abbiamo mandato degli uomini sulla Luna perché la meccanica newtoniana funziona, non è successo che hanno fatto i conti e poi sono andati a finire da un'altra parte.

Va anche ricordato che per tutto il '600, '700 e buona parte dell'800, il problema della meccanica del sistema solare è stato un tema dominante della ricerca fisica: quella era allora ricerca di punta. Noi siamo abituati a sentir dire che la ricerca di punta è la ricerca delle onde gravitazionali, o del bosone di Higgs; ma nel 1750 quali erano i temi di punta della ricerca? Che cosa pensavano quei fisici? Non si può credere che i fisici di allora fossero più stupidi di quelli attuali; anzi, in molti casi... Non erano inferiori a noi: né quanto ad abilità sperimentale, né come capacità teoriche; avevano strumenti diversi, conoscenze complessive minori; appunto perché, grazie a loro, abbiamo imparato molte cose.

Quali erano le frontiere della ricerca scientifica allora? Queste sono cose di cui non si parla mai. Erano ad esempio: spiegare il moto del sistema solare, spiegare perché i pianeti non seguono esattamente le leggi di Keplero. Quando nel 1820 si scoprì il carattere “anomalo” del moto di Urano, gli astronomi si divisero fra quelli che dicevano che ci doveva essere un altro pianeta, e quelli che pensavano che la legge di gravità avesse bisogno di una correzione: forse a grandi distanze non era più esatta.

Ci voleva quindi un programma di ricerca, uno che dicesse: “Io parto dall'ipotesi che la legge di gravitazione è giusta e che ci dev'essere, quindi, un pianeta che perturba il moto di Urano. Non l'abbiamo visto, non sappiamo dove cercarlo e perciò io affronto il problema inverso: sapendo come viene disturbato il moto di Urano, calcolerò dove sta quel pianeta.” Allora è stata un'impresa non da poco (oggi sarebbe più semplice, grazie ai computer). Anni di lavoro produssero una previsione: quel pianeta deve stare nel tale posto in cielo. Un certo giorno hanno guardato e l'hanno trovato. Questa è la conferma (nel senso induttivo del termine, non è una prova deduttiva) che la legge di gravitazione funziona, perché il pianeta c'è e con la presenza di quel pianeta torna bene anche il moto di Urano.

Queste storie vanno raccontate. I problemi, la ricerca, le tesi che si contrappongono: la fisica si costruisce così; non è pura induzione dagli esperimenti, né formulazione di principi che non si sa da dove piovono, seguita da una deduzione logica. È un intreccio continuo di entrambe le cose. Far capire che cos'è la fisica richiede questo: si fanno congetture, ipotesi, ci si ragiona su; si fanno dei conti, s'immaginano delle verifiche; si pensa un esperimento, l'esperimento non funziona, ci sono dei problemi. . .

Problemi

1. Una vettura ferroviaria percorre una discesa, senza attrito, quindi accelerando. Quali esperimenti (all'interno della vettura) potrebbero mostrare che non si tratta di un RI?

Quello che vi chiedo è: proponete qualche esperimento da cui ci si può accorgere che la vettura non è un RI. Se si può: lascio anche aperta la possibilità che la risposta sia negativa.

2. Discutete la validità del “principio d'indipendenza dei movimenti” per un proiettile che si muove nell'aria.

3. Idem, per un satellite in orbita.

4. Cercare su libri di testo come viene trattato il moto dei proiettili:

- Si fa uso dell'indipendenza e composizione dei movimenti?
- Si fa uso di un cambiamento di riferimento?
- Altro?

Discussione del problema 1:

F: Facciamo un “sondaggio” sulla traiettoria di caduta di un grave all'interno della vettura (fig. 3-4). Risultato: uno solo sostiene la traiettoria *a*, 12 sostengono la *b* (perpendicolare al pavimento) e 7 la *c*.

E ora come la mettiamo? La risposta giusta è la *b* perché lo dice la maggioranza? In effetti è la *b*: si può ad es. considerare la forza apparente dovuta all'accelerazione della vettura, e si vede che la sua risultante con la forza di gravità è perpendicolare al piano delle rotaie. Ma se la risposta giusta è la *b*, qual è la risposta alla domanda del nostro problema?

Abbiamo visto che se mi limito a controllare la direzione della caduta, non mi accorgo di niente. Se il mio vagone fosse stato su un binario orizzontale avrei visto il mio oggetto cadere lungo la perpendicolare al pavimento; lo stesso accade nel vagone in discesa, quindi dalla traiettoria di caduta non posso distinguere tra le due situazioni. Però questo non è l'unico esperimento possibile: abbiamo a disposizione tutti gli strumenti di misura che vogliamo. Possiamo ad es. misurare il tempo di caduta, e lo troveremo diverso. Quindi, se andiamo ad applicare il principio del taccuino, che cosa ne consegue?

Attenzione che la cosa non è banale: il principio non dice che tutte le grandezze misurate debbono risultare uguali. Questo non accade di certo, anche tra due RI, per la velocità. E allora? Provate un po' a pensarci. . .

I: Dentro la vettura si misura una *g* diversa. Però se uno non conosce il valore di *g* nell'altro rif., non si accorge di nulla. Quindi in un rif. accelerato non si trova mai differenza, quando la forza esterna è la gravità o si può ricondurre alla gravità, come una forza apparente. La domanda successiva è: ma questo va bene sempre?

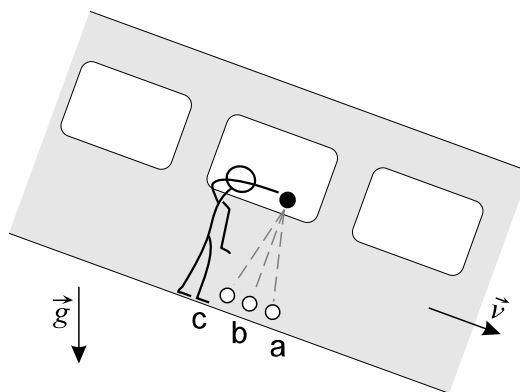


fig. 3-4

I: Secondo me, qualunque siano le forze, da dentro il rif. non ci si accorge mai se è accelerato o no.

F: Oggi non vorrei approfondire di più il discorso, perché questo sarà il punto di partenza per il nostro approccio alla RG, e non è un argomento da poco. Il problema di cui stiamo discutendo era solo una preparazione.

Anzi, l'ho introdotto anche per mostrare che può essere utile dare problemi prima di aver dato tutti gli strumenti per risolverli: problemi che servano a far pensare... Lì per lì si potranno anche dire cose sbagliate, o per lo meno non chiare; ma servono ugualmente a introdurre un argomento. Quindi: problema usato a scopo di preparazione al lavoro che seguirà. Non è l'uso più comune dei problemi, ma può essere utile e per questo ve l'ho voluto indicare.

I: Il problema in fondo era un altro. Il discorso non è che cos'è un RI, quanto che differenza c'è tra un campo gravitazionale e un campo di forze apparenti. Hanno la stessa struttura o hanno caratteristiche diverse? Tutte le forze apparenti si possono interpretare come dovute a un campo di gravitazione "strano," oppure questo non è possibile? In fondo la forza di gravità nasce dalla materia. Se non c'è materia, a grandissima distanza dalla Terra, per esempio, la gravità non ci deve essere.

F: A proposito di questa osservazione vi devo far notare una cosa. Un carattere distintivo delle strane forze che appaiono in un rif. accelerato, che non è condiviso da altri tipi di forze, per esempio in un campo elettrico, è che sono sempre proporzionali alla massa: è questo che hanno in comune con la gravità. Se c'è un campo elettrico, le particelle cariche lo sentono, le altre no. Le forze gravitazionali e le forze apparenti invece sono entrambe proporzionali alla massa.

Discussione del problema 2:

F: Per capire quello che succede occorre tener presente che ora c'è la resistenza dell'aria, che dipende dalla velocità, ed è diretta in senso opposto a questa (almeno se il pallone non ruota). La dipendenza dalla velocità è complicata, e certo non è lineare, salvo nel caso di velocità molto piccola (regime di Stokes): più spesso, per le velocità che qui interessano, si assume che sia quadratica. Facciamo dunque quest'ipotesi, e scriviamo: $R = -kv^2$.

Però questo è il modulo: se vogliamo trattare i due moti orizzontale e verticale dobbiamo scrivere le componenti R_x (orizzontale) e R_y (verticale). Avremo:

$$R_x = R \frac{v_x}{v} = -kv v_x$$

e in maniera del tutto analoga:

$$R_y = R \frac{v_y}{v} = -kv v_y.$$

Applicando la seconda legge:

$$ma_x = R_x = -kv v_x = -kv_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$ma_y = mg + R_y = mg - kv v_y = mg - kv_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

e da queste si vede che il moto lungo x dipende da v_y , e viceversa quello lungo y dipende da v_x . Quindi i due moti *non sono indipendenti*.

Ciò vuol dire ad es. che se lanciate il pallone orizzontale, il tempo che impiega a toccare terra dipende dalla velocità iniziale, mentre secondo le classiche leggi del moto dei proiettili non ne dovrebbe dipendere.

Possiamo anche andare un po' più a fondo, esaminando il caso di un moto generale, sotto l'azione di forze qualsiasi. Consideriamo gli spostamenti infinitesimi dalla quiete, ossia il moto "incipiente," come si diceva una volta: allora se agiscono due forze io conosco l'accelerazione che produce ciascuna, e l'accelerazione del corpo è la somma delle due. Quindi, per quello che riguarda gli spostamenti in piccoli intervalli di tempo, posso considerare separatamente le forze e sommare vettorialmente gli spostamenti prodotti da ciascuna.

Questo però non mi aiuta a risolvere il problema del moto in generale: infatti se le forze dipendono dalla posizione o dalla velocità, lo spostamento iniziale e la variazione di velocità cambiano le forze, e ciascuna forza può cambiare anche in conseguenza del moto prodotto dall'altra. Perciò in generale non si può separare il moto in due moti indipendenti, da comporre in un secondo momento.

I casi in cui la composizione funziona sono:

- a) forze costanti
- b) forze che dipendono linearmente dalla posizione e/o dalla velocità.

Il primo caso è quello del moto dei gravi in campo uniforme; il secondo è quello dell'oscillatore armonico bi- o tridimensionale.

Ma se i due moti orizzontale e verticale non sono indipendenti, come va che possiamo ottenere lo stesso risultato col PR, ragionando nel rif. K' ? Il punto è che nella nostra situazione — moto in aria — *il PR non si può applicare*. In primo luogo, la velocità orizzontale del pallone non è costante, quindi un rif. che si muove come il pallone *non è inerziale*. Possiamo rimediare definendo K' come quel RI che si muove con la velocità *iniziale* del pallone. Allora è vero che nel rif. K' il pallone cade partendo da fermo, ma c'è un vento, con velocità $-\vec{v}$. Perciò il pallone non cade affatto in verticale, come cadrebbe in K se lo lasciassimo andare da fermo.

Se sapessimo studiare correttamente il moto in K' in presenza di vento, potremmo ancora passare al rif. K al solito modo, e troveremmo il risultato giusto; ma in queste condizioni lo studio del moto in K' non è più semplice di quello in K .

Discussione del problema 3:

Per un satellite in orbita non si può usare il principio d'indipendenza dei movimenti, perché la forza di gravità della Terra sul satellite dipende in grandezza e direzione dalla posizione di questo.

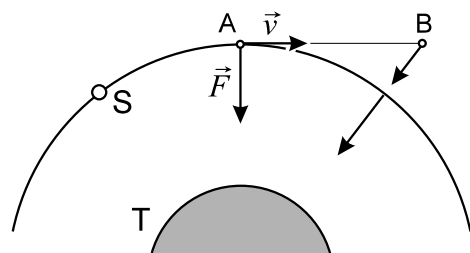


fig. 3-5

Consideriamo per semplicità un'orbita circolare: se a un certo istante il satellite si trova in A (fig. 3-5) e ha velocità \vec{v} (perpendicolare alla congiungente col centro della Terra) il moto dovuto a questa velocità in un tempo Δt lo porterebbe — poniamo — in B. Ora dovremmo comporre questo col moto dovuto alla forza di gravità, calcolato dimenticando la velocità iniziale. È qui che nasce il problema: quale forza bisogna usare?

Se per tutto l'intervallo Δt usiamo la forza \vec{F} calcolata in A, ci troveremo ad aver risolto un problema diverso: quello del moto in campo gravitazionale uniforme, che ci darà una traiettoria parabolica. Dovremmo allora istante per istante modificare la forza, tenendo conto del fatto che il satellite si sta muovendo da A verso B? Anche questo non va bene, perché è chiaro che la forza reale che agisce sul satellite lungo la sua traiettoria circolare sarà maggiore, visto che i punti della retta tangente sono più lontani dalla Terra.

La soluzione giusta sarebbe di usare all'istante t la forza con la grandezza e direzione che essa ha nella posizione che il satellite ha raggiunto a quell'istante; ma per sapere quale

sarà quella posizione dobbiamo aver prima calcolato il moto... Ci troviamo dunque in un circolo vizioso, che dimostra l'impossibilità di questo modo di procedere.

In realtà il metodo generale, come ben noto, è quello d'integrare le equazioni differenziali del moto, che se vengono scritte in componenti cartesiane sono di nuovo interdipendenti, come nel caso del problema 2. Possiamo semplificarci di molto la vita se imponiamo in partenza che la traiettoria sia circolare: il procedimento vi è ben noto e non ho bisogno di ripeterlo. In questo caso cambia però l'incognita del problema: non è più la traiettoria date posizione e velocità iniziali, ma è invece la velocità iniziale con la quale la traiettoria sarà appunto circolare e del raggio voluto.

