

La candela

Avete visto quanto era alta la Luna piena ai primi dell'anno? No? Beh, avete ancora occasione di recuperare... Non sarà proprio piena, ma sempre molto alta, e in compenso ben visibile sempre più presto la sera. Eccovi le date utili per quest'anno:

3 gennaio	12 luglio
29 gennaio	8 agosto
26 febbraio	5 settembre
25 marzo	2 ottobre
21 aprile	29 ottobre
18 maggio	26 novembre
15 giugno	23 dicembre

A dire il vero, da maggio ad agosto sarà quasi impossibile vederla, causa la vicinanza col Sole; da agosto in poi si vedrà al mattino e poi a tarda notte. Insomma, il periodo più favorevole sono i prossimi mesi.

Ma ora voglio procedere nel descrivervi le stranezze del moto della Luna. Fin qui ci siamo solo occupati del fatto che il piano della sua orbita non è fisso, e delle conseguenze di ciò; abbiamo invece prestato scarsa attenzione alla *forma* dell'orbita, e al modo come la Luna la percorre. Vediamo di rimediare alla lacuna...

* * *

La forma dell'orbita? E che ci sarà da dire? Tutti sanno che è un'ellisse! Ma ormai i miei trucchi retorici li conoscete, e avrete quindi già previsto che sto per dimostrare che le cose non sono così semplici. Infatti...

Per cominciare, dovrei ora proporvi una figura, che mostri questa famosa orbita "ellittica." Ma non intendo farlo, e spiego subito perché. Credo sia noto a tutti che la forma di un'ellisse è definita dalla sua *eccentricità*, che determina il rapporto tra i due assi, e può variare tra 0 (circonferenza) e 1 (ellisse degenerata in un segmento). Non sto a scrivere la formuletta esatta che lega le lunghezze dei due assi all'eccentricità, per le solite ragioni. Vi ricordo però che l'eccentricità definisce anche la posizione dei *fuochi* dell'ellisse: questi sono importanti perché la prima legge di Keplero dice che la Terra si deve trovare appunto in uno dei fuochi dell'orbita lunare.

Nel caso della Luna, l'eccentricità è circa 0.05. Se io volessi tracciare un'ellisse con tale eccentricità, e mostrarvela su questo foglio, poniamo con asse maggiore lungo 10 cm, la formula che non ho scritto mi darebbe per l'asse minore circa 9.99 cm, e nessuno riuscirebbe a vedere la differenza. Insomma, una tale ellisse sarebbe indistinguibile da una circonferenza!

Domanda immediata: ma allora Keplero come ha fatto a scoprire che le orbite dei pianeti sono ellittiche? Perché non dovete dimenticare che la sua fu una *scoperta*, basata sulle misure di Tycho Brahe. . . Risposta: per sua fortuna fra i pianeti ce n'è qualcuno la cui orbita ha eccentricità abbastanza grande da essere visibile. E per doppia fortuna, uno di questi è tra i pianeti più facili da osservare dalla Terra, ossia Marte (l'altro è Mercurio, su cui però è difficile fare misure, dato che sta troppo vicino al Sole).

Tornando alla geometria dell'ellisse, l'eccentricità non si manifesta però soltanto nella differenza tra i due assi, ma anche nella distanza dei fuochi dal centro. Nella solita figura dell'orbita della Luna, che non sarebbe distinguibile da una circonferenza, a quella scala i fuochi dovrei metterli a 0.25 cm dal centro, e questa è una distanza certamente apprezzabile.

Dato che la Terra sta in un fuoco, la conseguenza è che la distanza Terra-Luna varia in modo sensibile: di $\pm 5\%$ rispetto al suo valore medio. Abbiamo dunque due punti notevoli dell'orbita: quello in cui la distanza è minima (*perigeo*) e quello in cui è massima (*apogeo*).

Ecco a titolo di esempio una tabella dei perigei di quest'anno (i tempi sono in TMEC: quella che molto impropriamente viene detta "ora solare," per contrapporla alla "ora legale"):

Gen	22	13h	34m	Ago	4	0h	47m
Feb	19	10h	30m	Ago	31	1h	11m
Mar	19	19h	36m	Set	28	3h	3m
Apr	17	7h	5m	Ott	26	12h	46m
Mag	15	16h	5m	Nov	24	1h	12m
Giu	12	18h	4m	Dic	22	11h	21m
Lug	9	22h	48m				

Come si vede, gli intervalli variano tra un minimo di 25 giorni e 2 ore e un massimo di oltre 28 giorni e mezzo. Tutt'altro che regolare. . . E se poi prendiamo in esame un intervallo di tempo più lungo, le variazioni aumentano: si va da 24 giorni e 17 ore fino a 28 giorni e 13 ore e mezza. Più avanti vedremo almeno una parte della spiegazione. Per ora, consentitemi di darvi un ultimo dato numerico, l'intervallo *medio* tra due passaggi al perigeo: esso vale

27 d, 13 h, 18 m, 35.2 s.

Questo intervallo prende il nome di *mese anomalistico*, e lasciamo stare il perché.

Se controllate la durata del mese sinodico, di cui abbiamo parlato nell'altra puntata dedicata alla Luna, vedete che il mese anomalistico è di ben 2 giorni più breve. Ma questo "grosso modo" si capisce: il mese sinodico dipende dalle posizioni relative di Luna e Sole, e dato che anche il Sole (dal punto di vista geocentrico) si muove nello stesso senso della Luna, è ovvio che la Luna debba

fare un po' più di un giro per "riacchiapparlo." In realtà le cose sono un po' meno semplici di così, ma per ora sorvoliamo.

Restiamo invece a parlare di perigeo e apogeo, da un punto di vista osservativo. Misurare la distanza Terra-Luna non è tanto semplice, come in generale non è mai semplice misurare le distanze astronomiche. Riuscire poi a vedere una variazione di distanza, è ancora meno semplice. . . A proposito: quanto varia questa distanza? Abbiamo già visto la variazione *relativa*: $\pm 5\%$, ossia circa il 10% tra perigeo e apogeo.

La cosa interessante è che la variazione di distanza ha una conseguenza più facilmente osservabile: quando la Luna è più vicina appare più grande di quando è più lontana. Tuttavia anche questa differenza non si può determinare con sicurezza senza strumenti adeguati, e le illusioni ottiche sono in agguato. . . Sappiamo tutti, per fare un solo esempio, che quando la luna piena sorge sembra molto più grande di quando è alta in cielo, mentre in realtà non c'è nessuna differenza. Però al giorno d'oggi abbiamo un evidente vantaggio rispetto agli antichi, e anche agli astronomi di due secoli fa: possiamo prendere delle fotografie.

Non che sia semplice come si potrebbe credere: se si prende una macchina anche di ottima qualità, e la si punta verso la Luna, il risultato è parecchio deludente: si ottiene una Luna troppo piccola e troppo poco nitida per sperare di misurarne le dimensioni. . . Il rimedio c'è, si capisce, ma ora non posso allungare la divagazione.

Piuttosto, si potrebbe obiettare che non c'è nessun bisogno di fare da sé, visto che in Internet si trova di tutto, e anche fotografie della Luna non mancano. Potrei segnalarvi qualche sito, o anche riprodurre qui qualche immagine; ma non lo faccio, perché m'interessa invece insinuarvi un salutare dubbio. Come si fa a essere sicuri che le foto non siano truccate? È ovvio che di questi tempi, coi computer e le immagini digitali, si può fare di tutto: far apparire la Luna più grande o più piccola è letteralmente un gioco da ragazzi!

E allora? Se non ci si può fidare, come regolarsi? La risposta non è semplice; posso solo dire che con la pratica s'impara anche a riconoscere i siti affidabili e quelli no. . . Ma se ho voluto soffermarmi un po' su questo aspetto, è stato perché mi pare importante che ai vostri allievi venga trasmesso *insieme* lo stimolo a utilizzare la ricchezza di Internet, e un prudente scetticismo: niente si può prendere per oro colato, né immagini né notizie. . .

La variazione nella grandezza apparente della Luna ha però un altro effetto assai importante: influisce sul carattere delle eclissi di Sole. Ciò accade grazie a una singolare coincidenza: i diametri angolari del Sole e della Luna sono circa uguali. Valgono infatti $31'37''$ per la Luna, $31'59''$ per il Sole. Ma questi sono i diametri angolari *medi*: a causa delle variazioni di distanza, entrambi variano, e la variazione è 3 volte maggiore per la Luna che per il Sole.

Ne segue che a seconda delle posizioni di Terra e Luna sulle loro orbite, può accadere che la Luna riesca a coprire completamente il Sole (eclisse *totale*)

oppure che ne lasci scoperto un sottile bordo (eclisse *anulare*). Purtroppo però le eclissi di Sole non parziali sono eventi rari, a meno di non potersi recare ogni volta nel posto giusto, cosa già non facile ai nostri tempi. . . Si capisce quindi che l'esistenza di eclissi totali e anulari fornisse la prova che la distanza Terra–Luna è variabile, ma non consentisse in tempi antichi di ricavarne la periodicità.

* * *

Affrontiamo ora una questione storica: abbiamo visto nella precedente puntata che il mese sinodico era noto con precisione stupefacente già all'astronomia babilonese, e abbiamo anche accennato a come questo sia stato possibile. Non vi ho dato invece il valore dell'intervallo medio tra due passaggi della Luna al nodo ascendente (detto *mese draconitico*), ma rimedio subito. Il valore che si trova nell'*Almagesto* di Tolomeo (ed è di fonte babilonese) è

27 d, 5 h, 5 m, 35.7 s

mentre quello moderno è

27 d, 5 h, 5 m, 35.8 s.

Ora abbiamo introdotto un altro tipo di mese: quello del passaggio al perigeo, detto *anomalistico*. Il valore dato da Tolomeo è

27 d, 13 h, 18 m, 34.9 s

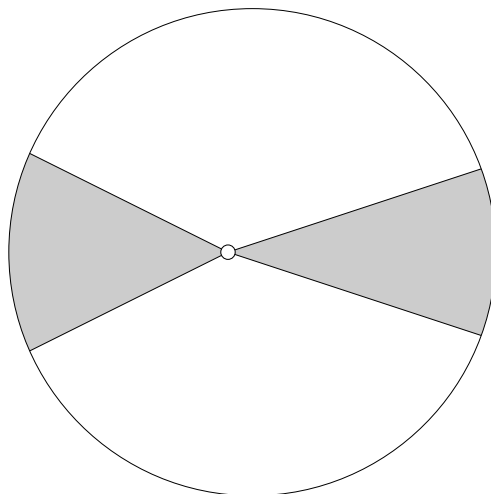
e il corrispondente valore moderno l'ho scritto poco sopra.

Qualcuno forse penserà che mi stia facendo prendere da un interesse un po' maniacale per delle sfilze di numeri, ma non è così: è che sto preparando il terreno per un problema che mi sembra importante per qualsiasi persona che voglia considerarsi colta, specialmente di questi tempi, quando si parla tanto di "radici" . . . Si tratta di questo: visto che è parecchio difficile misurare la distanza della Luna, e che anche le sue dimensioni apparenti possono essere misurate con precisione solo con strumenti ottici, com'è stato possibile, 2000 anni fa, dare dei numeri così incredibilmente accurati?

Ma che c'entrano le radici? Mi sembra chiaro: il nostro modo d'interpretare il mondo, la nostra stessa concezione della realtà che abbiamo intorno, sono strettamente derivati *anche* dal faticoso e geniale lavoro di quelle generazioni di studiosi, che scoprirono e fissarono, anche per noi posteri, le regolarità dei moti celesti. E non aggiungo altro, perché non sono un filosofo. Ma è anche per questo che mi pare giusto avvicinarsi — con rispetto come minimo — a quel lavoro, e non scansarlo come "roba vecchia."

Per rispondere in parte alla domanda che ho posto sopra, conviene fare un salto di parecchi secoli, arrivando a Keplero. Ho già ricordato la sua prima legge, ma ora dobbiamo fare invece ricorso alla seconda: quella che dice che *le aree spazzate dal raggio vettore sono proporzionali ai tempi*. Ovvero, detto in altre parole, che la velocità areale è costante.

Abbiamo visto che la distanza Terra–Luna varia del 10% tra perigeo e apogeo: dato che l’area va come il quadrato della distanza, ne segue che l’angolo percorso dal raggio vettore di cui sopra nello stesso tempo è parecchio maggiore (circa il 20%) al perigeo che all’apogeo. Questo si vede nella figura, dove l’orbita della Luna appare praticamente circolare, ma sensibilmente *eccentrica*, per le ragioni che sappiamo. (La figura è fatta con eccentricità doppia del vero, perché si veda meglio la differenza tra apogeo e perigeo.)



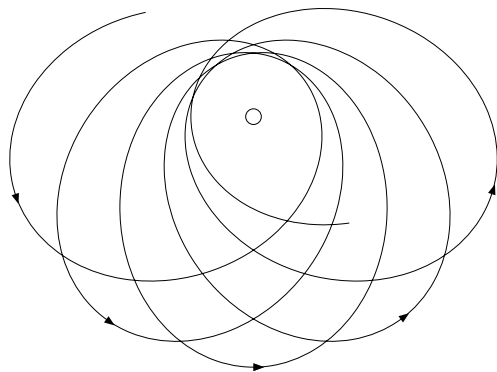
Ora una differenza del 20% è piuttosto appariscente: basta guardare di quanto si sposta la Luna rispetto alle stelle, per es. da una notte alla successiva. Quando allora si vede che il moto della Luna rispetto alle stelle è tornato a un massimo, sappiamo che è trascorso un mese anomalistico; accumulando una lunga serie di osservazioni, si può determinare la durata di tale periodo con grande precisione.

Se le cose fossero semplici, dovrebbe accadere che i massimi del moto lunare, che coincidono col passaggio al perigeo, si verificano a ogni giro, ossia quando la Luna si trova nella stessa direzione rispetto alle stelle. Ma non è così: si trova invece che il perigeo si sposta in avanti di circa 3° a ogni giro, il che vuol dire che il mese anomalistico è più lungo del *mese siderale*, che infatti vale

27 d, 7 h, 43 m, 11.5 s.

(Questo è il valore moderno: Tolomeo non ne fa uso.) Ne segue che il perigeo (e anche l’apogeo, di conseguenza) fa un giro in poco meno di 9 anni.

In altre parole, l’orbita della Luna non è un’ellisse kepleriana, ma una curva più complicata, che può essere descritta come “un’ellisse che ruota.” La vedete



in figura, con l’eccentricità assai esagerata per rendere più chiaro l’effetto.

Come ho già detto, l’esistenza dei diversi “mesi” lunari è nota dall’antichità, e i valori erano noti con altissima precisione. Voglio ora aggiungere una curiosità matematica. Proviamo a calcolare la durata di 223 mesi sinodici, di 239 mesi anomalistici, di 242 mesi draconitici. In tutti i casi troviamo 6585 giorni e circa 8 ore. Questa scoperta è dovuta anch’essa ai babilonesi,

e l'intervallo di tempo che si ottiene (circa 18 anni e 11 giorni) fu chiamato "saros."

L'ho chiamata una curiosità, ma non lo era per la matematica antica, che si basava in modo determinante sui rapporti tra numeri interi. Perciò trovare un multiplo comune tra i periodi relativi al moto lunare era uno strumento essenziale per procedere nei calcoli. Oggi sappiamo che presi due o più numeri reali qualsiasi, è sempre possibile trovare dei multipli che si avvicinano tra loro con qualsiasi approssimazione desiderata; ma non era prevedibile che bastassero multipli relativamente piccoli e quindi un intervallo di tempo non troppo lungo (il saros, appunto).

L'esistenza del saros fu impiegata per es. per la previsione delle eclissi. Infatti dopo un saros Sole, Luna, nodi e apsidi (è questo il termine che descrive insieme perigeo e apogeo) si trovano nelle stesse posizioni gli uni rispetto agli altri, e quindi se a una certa data si è prodotta un'eclisse — poniamo anulare — un'altra eclisse simile si ripresenterà dopo un saros. Esempio: i più anziani tra i miei lettori ricorderanno l'eclisse del 15-2-1961, che fu totale anche a Pisa. Dopo un saros, abbiamo avuto un'eclisse il 26-2-1979, che però è stata totale in USA, Canada, Groenlandia. La ragione è che un saros non dura un numero intero di giorni, e quindi l'ombra della Luna non cade sugli stessi punti della superficie terrestre. Ancora un saros, e arriviamo al 9-3-1997 (totale in Mongolia, Cina, Siberia) mentre il saros successivo ci porta al 20-3-2015, quando l'eclisse sarà totale nelle isole Fær Øer e Svalbard.

Come si vede, il cono d'ombra si sposta sempre più verso nord, e infine non incontra più la Terra. Questo accade perché il saros è solo un multiplo *approssimato* dei vari mesi lunari, per cui le circostanze dell'eclisse si ripetono gradatamente diverse, finché l'eclisse non è più visibile.

* * *

Fin qui abbiamo visto due "irregolarità" del moto della Luna: il moto retrogrado dei nodi (che tra le altre cose causa l'anticipo nelle date delle eclissi) e l'avanzamento degli apsidi. Le ho chiamate irregolarità, perché sono "violazioni" delle leggi di Keplero, in particolare della prima. Mi si potrebbe facilmente obiettare che è uno strano modo di pensare, quello di accusare il mondo reale di disobbedire a leggi inventate da noi; e l'obiezione è giusta in linea di principio, ma non risolve il problema.

Infatti quando noi diciamo che la Luna viola le leggi di Keplero, intendiamo dire questo: quelle leggi sono accuratamente rispettate dai pianeti (altrimenti Keplero come avrebbe potuto scoprirle?); è quindi almeno ragionevole domandarsi come mai invece la Luna presenti un comportamento così nettamente diverso. Se gli scienziati non si fossero mai poste domande del genere, un buon numero di scoperte non sarebbero state fatte. . .

Per onestà debbo dire che in effetti neppure i pianeti rispettano *esattamente* le leggi di Keplero, il che dà luogo a un certo numero di altri interrogativi.

Il primo e più fondamentale dei quali è: ma allora, come ha fatto Keplero a “scoprire” quelle leggi? Notate che proprio la stessa domanda ci si può porre in altri campi, che vi sono più familiari: per es. i gas reali non soddisfano esattamente le leggi dei gas perfetti, eppure queste sono state scoperte per via sperimentale, non sono state sognate, inventate, immaginate...

La risposta è la stessa in entrambi i casi, e in tutti gli altri analoghi: per fortuna le deviazioni dalle leggi ideali sono piccole, sì che gli sperimentatori/osservatori (Keplero, Boyle) i quali disponevano di strumenti non troppo sofisticati, non potevano vederle.

Lasciamo quindi da parte i pianeti, che ci porterebbero un po' troppo lontano, e torniamo alle “irregolarità” della Luna. A che cosa sono dovute? Non bisogna dimenticare che dopo Keplero c'è stato Newton, il quale ha *dimostrato* le leggi di Keplero, come conseguenza della sua teoria: delle tre leggi della dinamica e della legge di gravitazione. Nella teoria newtoniana le leggi di Keplero sono dunque dei *teoremi*: se in un caso concreto vediamo che esse non sono valide, dobbiamo concludere che sono false le premesse? ossia che la teoria di Newton è sbagliata?

Andiamoci piano: vediamo quali sono tutte le ipotesi da cui si deducono le leggi di Keplero. Esse non sono soltanto gli assiomi generali della teoria, ma anche certe ipotesi particolari:

- che i due corpi, primario (Terra) e secondario (Luna) siano puntiformi, o almeno a simmetria sferica
- che essi non siano soggetti ad altre azioni: che formino un *sistema isolato*.

È ovvio che né l'una né l'altra ipotesi sono verificate nel caso Terra–Luna: la prima perché la simmetria sferica non vale, specialmente per la Terra; la seconda perché non si può trascurare almeno la presenza del Sole. Occorre quindi un'analisi più approfondita, per vedere se le ipotesi siano almeno *approssimativamente* valide. Non posso certo condurre qui quest'analisi, che costituisce un capitolo importante della *Meccanica celeste*; mi limito al risultato, che è il seguente:

- 1) lo schiacciamento della Terra è pochissimo influente, e le irregolarità del moto della Luna non dipendono da quella causa
- 2) la presenza del Sole ha invece influenza determinante, ed è la causa essenziale delle deviazioni che abbiamo descritto.

Abbiamo dunque trovato il colpevole: il Sole. Ma come nei processi, per emettere una sentenza di condanna occorrono prove ben argomentate... Nel nostro caso, bisogna dimostrare non solo che l'influenza del Sole è importante, ma anche che *a conti fatti* essa spiega proprio quelle irregolarità che sono state riscontrate. In altre parole, si apre quello che in meccanica celeste si chiama il “problema della Luna”: dimostrare che se si abbandona l'ipotesi che il sistema Terra–Luna sia isolato, e si tiene invece conto dell'attrazione solare, facendo i

calcoli è possibile ritrovare *quantitativamente* le deviazioni osservate dalle leggi di Keplero.

Qui debbo abbreviare, e non posso — anche se molto a malincuore — raccontarvi tutta la storia di questo problema. Dirò solo che esso inizia con lo stesso Newton, che tenta i primi calcoli e ottiene un successo parziale; ma si conclude 150 anni dopo (a metà dell'800) quando finalmente si riesce, con calcoli di una complessità straordinaria, a dimostrare che è possibile spiegare *tutti* gli effetti osservati nel moto della Luna.

Non è stato un successo da poco! Vi basti pensare che fino a quel punto pendeva sulla teoria di Newton una spada di Damocle: se non si fosse riusciti a dare ragione del comportamento osservato della Luna, si sarebbe stati costretti a concludere che la teoria non era in accordo coi fatti . . . con quel che segue.

* * *

È ormai tempo di mettere la parola fine a questa puntata, che temo possa essere riuscita anche piuttosto pesante. . . Mi limito solo ad aggiungere un cenno su un'ulteriore complicazione del moto della Luna: anche la seconda legge di Keplero, che dà informazioni sul tempo impiegato a muoversi lungo l'orbita, nel caso della Luna è ampiamente violata. "Ampiamente" vuol dire che se si prova a calcolare le posizioni della Luna a dati tempi basandosi sulla seconda legge, si trova che le posizioni reali scartano fino a 2 gradi da quelle calcolate. La causa è sempre la perturbazione prodotta dal Sole.

C'è poi un altro tema che avrei voluto trattare, e che vi enuncio in forma d'interrogativo: è proprio vero che la Luna mostra alla Terra sempre la stessa faccia? Non esattamente. . . Ma debbo lasciarvi con la curiosità; chissà, forse ci capiterà di tornarci. . .

[. . .] *sed quid possit fiatque per omne
in variis mundis varia ratione creatis,
id doceo plurisque sequor disponere causas,
motibus astrorum quæ possint esse per omne;
e quibus una tamen siet hic quoque causa necessest
quæ vegeat motum signis; sed quæ sit earum
præcipere haudquaquamst pedetemptim progrediens.*

[. . .] *ma solo t'insegno le cose
che accadono o possono accadere nel tutto
tra mondi diversi creati con legge diversa,
e tento di esporre le cause molteplici
che ovunque possano valere per i moti degli astri;
e certo di queste una sola dev'essere la vera
che anima il loro moto; ma quale essa sia
non potrà mai spiegare chi passo passo procede.*

(Lucrezio: *De rerum natura* V, 527–533)