

## La candela

Non so come mai, ma l'articolo di Marco Testa [1] mi era sfuggito. Per fortuna ci sono stati i commenti di Sala [2] e Di Fraia [3] che hanno risvegliato la mia attenzione su uno scritto interessante e anche divertente. Così ora mi trovo stimolato a continuare il discorso su tutti e tre, visto che la quantità di questioni tutt'altro che banali che sono state sollevate è notevole. Me ne occuperò dal punto di vista astronomico e anche puramente matematico, piuttosto che da quello didattico, per due ragioni: la prima è che non ho diretta esperienza didattica su cui basarmi; la seconda che invece sono convinto che senza un'adeguata chiarificazione sugli aspetti più strettamente scientifici che ho indicato, anche l'azione didattica non può che essere manchevole.

Il primo problema che ci troviamo di fronte è che se partissimo oggi da zero per dare una descrizione matematicamente e fisicamente corretta dei concetti che intervengono nel discorso, adatteremmo probabilmente punti di vista e definizioni alquanto diverse da quelle in uso. Queste infatti si sono formate nel corso di millenni, e si portano dietro stratificazioni di esperienze e di culture che oggi ci sono lontane e comunque ci appaiono superate.

Faccio subito un esempio per non restare nel vago: è oggi conoscenza comune che la Terra è pressoché sferica; i viaggi intercontinentali sono piuttosto diffusi; qualunque bambino apprende su questo tema molto più dalla TV che dall'esperienza diretta. Invece i concetti geografici e astronomici hanno avuto origine nel tempo lontano in cui al massimo si viaggiava per mare sotto costa, non si sapeva nulla della forma della Terra né del reale moto dei corpi celesti...

Posso essere ancora più preciso: ricordate i miei nipotini Sofia e Alberto? Ve ne parlai sette anni fa. Ora hanno rispettivamente 16 e 15 anni, e nel momento in cui scrivo (12 agosto) sono in volo con papà e mamma per la Nuova Zelanda. Certo, ora sono al Liceo, ma comunque pensate: forma della Terra, fusi orari, percorso del Sole in cielo, stagione (hanno dovuto appesantire il bagaglio coi vestiti invernali...).

Tutto ciò pone un problema didattico non da poco, ma ho premesso che non voglio direttamente affrontarlo (anche se non potrò certo ignorarlo del tutto).

\* \* \*

Cominciamo con l'orizzonte. Come dice l'etimologia (greco  $\sigma\upsilon\lambda\lambda\omicron$  = termino, delimito) in origine – ma anche oggi — la parola designa il confine di ciò che è visibile da un dato luogo:

*e questa siepe, che da tanta parte  
dell'ultimo orizzonte il guardo esclude.*

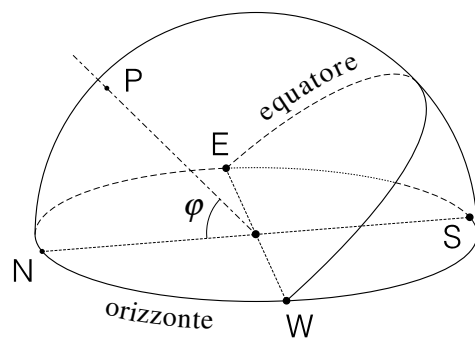
È bene osservare subito che l'esistenza di un orizzonte non richiede che si pensi la superficie della Terra come curva: anche su una Terra piana ci sono comunque ostacoli grandi e piccoli che delimitano ciò che è visibile. Ed è per questo che l'orizzonte si allarga se si sale in alto: perfino in mare, dove bastano le onde a occludere la vista di cose lontane.

Ma l'astrazione scientifica produce ben presto altri due significati di orizzonte: una *circonferenza*, di raggio indefinito, dove si proiettano le direzioni di osservazione (inclusi i punti cardinali) e il *piano* che idealizza la superficie terrestre infinitamente estesa. Per essere precisi, nel linguaggio astronomico odierno il termine "orizzonte" indica la circonferenza, e poi si parla di "piano dell'orizzonte." Aggiungo che è tradizionale almeno in astronomia parlare di "cerchio" intendendo la circonferenza: cerchio dell'orizzonte, e poi anche cerchio meridiano, ecc.

A proposito di direzioni: qui c'è purtroppo un'altra ambiguità linguistica. È vero, come osserva Sala, che il termine matematico "direzione" sta a indicare una retta *non orientata* (o più esattamente ciò che hanno in comune tutte le rette tra loro parallele, nel piano o nello spazio). Però nel linguaggio comune alla direzione si associa anche un *verso*: si dice correntemente "direzione Nord," "direzione Roma," ecc. D'altra parte non è corretto chiamare "vettore" la direzione orientata, perché i vettori hanno anche una lunghezza, che qui non entra. Tutto sommato, e visto che non mi sembra esista un termine scientifico consolidato per indicare la direzione + verso, credo che nel nostro contesto si possa usare il termine "direzione" senza problemi, includendovi anche l'informazione sul verso. Quindi "direzione Nord" e "direzione Sud" sono cose diverse.

Con questa precisazione linguistica (e mi scuso per la pedanteria, ma mi è sembrata inevitabile) il cerchio dell'orizzonte sta a rappresentare l'insieme di tutte le direzioni in un piano orizzontale.

Una volta scoperta la (approssimativa) sfericità della Terra, cominciano le complicazioni e il concetto di orizzonte si sdoppia. Da un lato si continua a parlare di piano dell'orizzonte; solo che lo si deve intendere come piano tangente alla superficie terrestre nel punto di osservazione, e il cerchio dell'orizzonte rimane situato su questo piano. È così che va intesa per es. la figura qui accanto, dove compare il cerchio dell'orizzonte e altri elementi di cui ripareremo: i punti cardinali e il polo nord celeste. Una figura simile si trova su qualunque libro di astronomia.



D'altra parte, se si vuol conservare all'orizzonte il significato di confine di ciò che è visibile, si deve tener conto dell'altezza dell'osservatore sulla superficie. Se la chiamiamo  $h$ , e  $R$  il raggio della Terra, una semplice applicazione del

teorema di Pitagora, che vi risparmio, porta per la distanza  $d$  dell'orizzonte alla formula

$$d = \sqrt{2Rh + h^2}$$

che può essere comodamente approssimata, visto che sarà sempre  $h \ll R$ :

$$d = \sqrt{2Rh}.$$

Inserendo il valore numerico di  $R$  otteniamo con sufficiente approssimazione:

$$d = 3.6 \sqrt{h}$$

dove  $d$  risulta in km se  $h$  è data in metri.

Esempi: per  $h = 2$  m (un uomo su una barca) si trova  $d = 5.1$  km. Per  $h = 20$  m (marinaio di vedetta sulla coffa dell'albero di maestra)  $d = 16$  km. Per  $h = 1900$  m (da una cima delle Alpi Apuane) abbiamo  $d = 160$  km.

Notate che se si tiene conto della curvatura terrestre, le semirette con origine nell'osservatore e che passano per i punti dell'orizzonte non formano un piano orizzontale, ma *un cono*: per guardare un punto dell'orizzonte si deve guardare un po' verso il basso. È il fenomeno noto col nome di "depressione dell'orizzonte." L'angolo con l'orizzontale è comunque piccolo: anche nell'ultimo esempio, non arriva a un grado e mezzo.

\* \* \*

Fin qui la geometria, il cui impiego era giustificato da un'ipotesi: la propagazione rettilinea della luce. Ma proprio la piccolezza dell'angolo di depressione rende inadeguato il semplice modello della propagazione rettilinea, perché la luce che viaggia in prossimità della superficie terrestre *non si propaga in linea retta*.

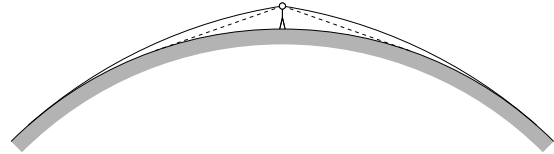
La ragione, come certo sapete, è l'atmosfera, e più esattamente la variazione della sua densità (e di conseguenza dell'indice di rifrazione) quando ci si allontana dalla superficie. Dobbiamo quindi occuparci un po' della *rifrazione atmosferica*, detta anche *astronomica* in quanto introduce un errore sistematico nella posizione di tutti i corpi celesti; se ne deve tener conto, e apportare le necessarie correzioni, quando si fanno misure di posizione.

Una conseguenza importante della rifrazione atmosferica è che quando vediamo il Sole tramontare, in realtà esso è già tramontato da un po'. Infatti la luce che arriva dal Sole segue un percorso curvo nell'atmosfera, e quindi riesce ad arrivare a noi anche quando il Sole è già sceso sotto il piano dell'orizzonte. Non si tratta di un effetto piccolo: in angolo vale circa mezzo grado, pari al diametro angolare del Sole. In cifra tonda e in media, alle nostre latitudini il Sole impiega circa 3 minuti a scendere di mezzo grado sotto l'orizzonte, e quindi di altrettanto viene ritardato il tramonto rispetto al semplice calcolo geometrico. La stessa cosa succede quando il Sole sorge, e quindi possiamo dire che (in media, insisto)

il giorno, inteso come periodo di luce, dura 6 minuti di più di quello che sarebbe se l'atmosfera non ci fosse.

Un'altra conseguenza della rifrazione atmosferica debbo solo accennarla per non divagare troppo. Mi riferisco al fatto che durante un'eclisse di Luna il nostro satellite, sebbene si trovi nel "cono d'ombra" della Terra, non diventa mai del tutto invisibile, ma conserva invece una debole luminosità, a volte di una tonalità ramata. Questo succede perché la luce solare che passa radente alla Terra viene deviata dall'atmosfera, e quindi il cono d'ombra in realtà non è un'ombra completa. Non dico di più. . .

Tornando al nostro tema, ossia l'effetto della rifrazione sulla distanza dell'orizzonte visibile, abbiamo capito che l'orizzonte viene allargato a causa della rifrazione, come mostra la figura, in cui l'effetto è esagerato. Tralasciando i calcoli, il risultato è che l'allargamento risulta significativo anche se non grande: nelle solite cifre tonde, possiamo dire il 10% in più. Tra l'altro non ha molto senso essere più precisi, perché la rifrazione atmosferica risente moltissimo delle condizioni meteorologiche. A parte casi estremi, come la famosa "fata morgana," l'andamento della temperatura con la quota influisce sempre sulla distribuzione della densità e quindi sulla rifrazione. Perciò non è possibile, parlando in generale, andare oltre un'indicazione di larga massima.



\* \* \*

Dopo l'orizzonte, tocca a "orizzontale." Tutt'altro che semplice, per le stesse ragioni. . . Diremo orizzontale una linea che si trovi in un piano parallelo al piano dell'orizzonte; e "superficie orizzontale" significa un piano parallelo al piano dell'orizzonte. Le difficoltà sono due: la prima è il carattere *locale* di questo concetto, una volta assodato che la superficie della Terra non è piana; la seconda è l'approssimazione/astrazione che vi è insita.

Con "locale" intendo che in luoghi diversi della Terra il piano dell'orizzonte è diverso, e quindi due superfici orizzontali, una a Pisa e una al Cairo, non sono certo parallele. Parlo poi di "approssimazione" perché l'idea di orizzontale si motiva col fatto che *a piccola scala* la curvatura della superficie terrestre può essere trascurata; dico invece "astrazione," perché poi la usiamo anche sulla Terra reale, che non è piana.

Per mostrare meglio l'esistenza della difficoltà posso rifarmi al solito Galileo, il quale continuamente confonde due idee: quella della superficie orizzontale come piana, e quella di una superficie che "accompagna" la curvatura della Terra. Questo è evidente nel seguente brano dei *Massimi Sistemi*, dove Salviati fa scoprire a Simplicio il principio d'inerzia:

"SALV. Parmi dunque sin qui che voi mi abbiate espliciti gli accidenti d'un mobile sopra due diversi piani; e che nel piano inclinato il mobile

grave spontaneamente scende e va continuamente accelerandosi, e che a ritenervelo in quiete bisogna usarvi forza; ma sul piano ascendente ci vuol forza a spignervelo ed anco a fermavelo, e che 'l moto impressogli va continuamente scemando, sì che finalmente si annichila. Dite ancora di più che nell'un caso e nell'altro nasce diversità dall'esser la declività o acclività del piano, maggiore o minore; sì che alla maggiore inclinazione segue maggior velocità, e, per l'opposito, sopra 'l piano acclive il medesimo mobile cacciato dalla medesima forza in maggior distanza si muove quanto l'elevazione è minore. Ora ditemi quel che accaderebbe del medesimo mobile sopra una superficie che non fusse né acclive né declive.

SIMP. Qui bisogna ch'io pensi un poco alla risposta. Non vi essendo declività, non vi può essere inclinazione naturale al moto, e non vi essendo acclività, non vi può esser resistenza all'esser mosso, talché verrebbe ad essere indifferente tra la propensione e la resistenza al moto: parmi dunque che e' dovrebbe restarvi naturalmente fermo. Ma io sono smemorato, perché non è molto che 'l signor Sagredo mi fece intender che così seguirebbe.

SALV. Così credo, quando altri ve lo posasse fermo; ma se gli fusse dato impeto verso qualche parte, che seguirebbe?

SIMP. Seguirebbe il muoversi verso quella parte.

SALV. Ma di che sorte di movimento? di continuamente accelerato, come ne' piani declivi, o di successivamente ritardato, come negli acclivi?

SIMP. Io non ci so scorgere causa di accelerazione né di ritardamento, non vi essendo né declività né acclività.

SALV. Sì. Ma se non vi fusse causa di ritardamento, molto meno vi dovrebbe esser di quiete: quanto dunque vorreste voi che il mobile durasse a muoversi?

SIMP. Tanto quanto durasse la lunghezza di quella superficie né erta né china.

SALV. Adunque se tale spazio fusse interminato, il moto in esso sarebbe parimente senza termine, cioè perpetuo?

SIMP. Parmi di sì, quando il mobile fusse di materia da durare."

Chi ha letto fin qui, potrà commentare: "Bene, G. ha fatto enunciare a Simplicio il principio d'inerzia: in un piano orizzontale senza attriti il corpo si muove indefinitamente di velocità costante." D'accordo, ma proseguiamo la lettura:

"SALV. Già questo si è supposto, mentre si è detto che si rimuovano tutti gl'impedimenti accidentarii ed esterni, e la fragilità del mobile, in questo fatto, è un degli impedimenti accidentarii. Ditemi ora: quale

stimate voi la cagione del muoversi quella palla spontaneamente sul piano inclinato, e non, senza violenza, sopra l'elevato?

SIMP. Perché l'inclinazione de' corpi gravi è di muoversi verso 'l centro della Terra, e solo per violenza in su verso la circonferenza; e la superficie inclinata è quella che acquista vicinità al centro, e l'acclive discostamento.

SALV. Adunque una superficie che dovesse esser non declive e non acclive, bisognerebbe che in tutte le sue parti fusse egualmente distante dal centro. Ma di tali superficie ve n'è egli alcuna al mondo?

SIMP. Non ve ne mancano: ècci quella del nostro globo terrestre, se però ella fusse ben pulita, e non, quale ella è, scabrosa e montuosa; ma vi è quella dell'acqua, mentre è placida e tranquilla.

SALV. Adunque una nave che vadia movendosi per la bonaccia del mare, è un di quei mobili che scorrono per una di quelle superficie che non sono né declivi né acclivi, e però disposta, quando le fusser rimossi tutti gli ostacoli accidentarii ed esterni, a muoversi, con l'impulso concepito una volta, incessabilmente e uniformemente.

SIMP. Par che deva esser così."

Come avete visto, G. ha cominciato parlando di piani ("acclive," "declive," "né acclive né declive") e ha finito con una superficie "egualmente distante dal centro," ossia una sfera. Infatti G. in tutta la sua opera non parla mai di moto per inerzia in uno spazio vuoto, ma solo sulla superficie terrestre. Di più: andando a scavare si scoprirebbe che il suo principio d'inerzia è in realtà un "principio d'inerzia circolare," e che il moto circolare uniforme (residuo aristotelico) conserva ancora un ruolo privilegiato nella meccanica galileiana. Così ad es. il moto dei pianeti e dei satelliti viene visto come "naturale": G. non è ancora arrivato all'idea che quel moto richieda una forza (la gravità). Questa è invece presente, anche se come confusa intuizione, nel suo contemporaneo Keplero; e si sa quale giudizio ne desse G.:

"Ma tra tutti gli uomini grandi che sopra tal mirabile effetto di natura hanno filosofato, più mi meraviglio del Keplero che di altri, il quale, d'ingegno libero ed acuto, e che aveva in mano i moti attribuiti alla Terra, abbia poi dato orecchio ed assenso a predominii della Luna sopra l'acqua, ed a proprietà occulte, e simili fanciullezze."

Siamo sempre nei *Massimi Sistemi*, quarta giornata; G. si riferisce alla spiegazione delle maree, che Keplero attribuisce a un'azione della Luna, andando quindi più vicino alla verità di quanto non faccia la spiegazione di G., errata e anzi contraddittoria proprio col principio d'inerzia. Non ci scandalizzeremo certo per questo: onore a Lui per il gran passo che ha saputo fare, anche se non è stato quello definitivo, né scevro di errori.

\* \* \*

Fermiamoci qui (più o meno) quanto all'orizzontale, e passiamo alla verticale. Come possiamo definirla? Se orizzontale significa parallelo al piano dell'orizzonte, identificato per es. con la superficie del mare (meglio, col piano ad essa tangente) allora verticale sarà ogni retta perpendicolare a tale piano, e non c'è nessuna ambiguità. Però . . . già da antichissime esigenze pratiche nasce la necessità di una definizione diversa: se uno si trova in una zona montagnosa, non avrà facilmente a disposizione superfici orizzontali, mentre case e muri debbono essere verticali, altrimenti non stanno in piedi. . .

La soluzione è il primo degli “strumenti scientifici” di Testa: il filo a piombo. Per inciso, mi piace l'idea di catalogare filo a piombo, livella, bussola come strumenti scientifici: anche se storicamente inesatto, perché la loro scoperta e uso precede di certo qualsiasi consapevolezza scientifica in senso stretto, questo approccio ha un valore didattico che mi sembra importante. Trasmette infatti ai bambini il messaggio che c'è chi studia, va più a fondo nelle cose, e ne ricava applicazioni e strumenti che poi riescono utili a tutti, anche a distanza di migliaia di anni. È un altro aspetto della trasmissione della cultura, parallelo a quello del maestro Lodi (ricordate quattro anni fa *Il paese sbagliato*, Vivaldi e Carolina che “ci” voleva scrivere?).

Ma che cosa indica il filo a piombo? La verticale, certamente, per definizione. Ma che cos'è per un fisico la verticale? La risposta la sapete: è la direzione del campo gravitazionale *in quel luogo*. Col corsivo ho sottolineato che anche la verticale ha carattere locale, ma s'intuisce che ho anche introdotto una complicazione: da che cosa dipende la direzione del campo gravitazionale in un dato luogo? A un primo livello ingenuo diremo che il campo gravitazionale in un punto della superficie terrestre è diretto verso il centro della Terra. Però questo non è proprio vero, per due ragioni: perché la Terra è schiacciata, e per effetto della forza centrifuga.

A questo punto apro una parentesi sul lavoro che faccio nel preparare queste mie chiacchierate. Qui avevo pensato in un primo tempo d'inserire un discorso un po' più dettagliato per spiegare la frase che ho appena scritto; infatti dietro quelle due idee (schiacciamento della Terra e forza centrifuga) si nascondono diverse questioni e vari fraintendimenti piuttosto comuni. Ho scritto, ma poi mi sono accorto che stava diventando una lezione vera e propria, che non era in carattere col resto e rubava troppo spazio. Così ho deciso — a malincuore — di stralciare quella parte. Però non l'ho buttata via, l'ho solo accantonata: potrebbe venir buona in un'altra occasione. . .

Dunque la verticale in un luogo in genere non passa per il centro della Terra, anche se la deviazione è piccola. Al massimo (attorno alle nostre latitudini) non supera i 12', ossia 1/5 di grado. Per i nostri scopi, la scuola elementare e media, possiamo anche ignorare il problema.

Non è invece bene che l'insegnante ignori la relazione logica fra verticale e orizzontale: chi viene prima, l'uovo o la gallina? Beh, in questo caso la priorità è

chiara: la superficie del mare è la superficie di equilibrio di un fluido in presenza di un campo gravitazionale, e si può dimostrare che tale superficie è quella che in ogni punto è perpendicolare al campo. Quindi *prima* c'è il campo, e poi la superficie orizzontale del mare. Nonché della Terra in generale, dato che anche la parte solida non è rigida e su scale di tempo lunghe anch'essa si dispone in equilibrio, a parte le alterazioni dovute ai fenomeni tettonici. Non voglio sconfinare nella geologia, ma sapete meglio di me che in realtà c'è una continua lotta tra i processi orogenetici e i fenomeni di erosione, che tendono a riportare all'equilibrio.

Volendo si potrebbe continuare a scavare in questo gioco di azioni opposte, di effetti e di cause... Infatti non è neppure giusto dire che prima c'è il campo gravitazionale, in quanto la forma del campo dipende dalla distribuzione delle masse che lo generano. Il campo terrestre ha andamento pressoché radiale perché la Terra è circa sferica, oppure la Terra è sferica perché il campo è radiale? In realtà le due cose vanno insieme: in assenza di rotazione un aggregato di materia tenuto dalla gravità ha come configurazione di equilibrio (energia minima) quella a simmetria sferica, e in quelle condizioni il campo generato è radiale.

\* \* \*

A questo punto la mia intenzione era di scrivere qualche commento sulla questione dei “meridiani verticali.” Ma appena ho cominciato a pensarci mi sono accorto che il commento non si poteva sbrigare in poche righe, e così ho deciso di rinviarlo a una prossima puntata, insieme a diversi altri commenti sul resto dell'argomento. A presto.

[1] M. Testa: “Meridiani verticali” *Naturalmente* **20**, n. 4, p. 46.

[2] M. Sala: “Verticalizzare?” *Naturalmente* **21**, n. 2, p. 28.

[3] T. Di Fraia: “È la lingua, bellezza!” *Naturalmente* **21**, n. 2, p. 32.