

La candela

Due puntate fa, concludendo il secondo tempo di quello che minaccia di diventare un discorso interminabile, scrivevo: “Alla terza prova classica, ossia la *precessione del perielio* di Mercurio, voglio invece dedicare un po’ di spazio, ma non posso farlo ora: rimando a una prossima puntata.”

Eccoci qua. Ma prima vorrei correggere due piccoli errori tipografici. Il primo riguarda la formula (3), dove invece di $s^2 = \dots$ va letto $S = \dots$. Il secondo è a pag. 11, riga 16: al posto di $\sin^2\varphi$ si deve leggere $\sin^2\vartheta$.

* * *

La storia comincia oltre mezzo secolo prima di Einstein, esattamente nel 1859, quando LeVerrier conclude un lavoro che l’ha impegnato per parecchi anni. Esaminando le osservazioni fatte su Mercurio lungo più di un secolo (principalmente i transiti davanti al Sole) mostra che il moto del pianeta presenta un’anomalia che non può essere spiegata con la teoria di Newton: un *avanzamento del perielio*, di entità assai modesta ma inequivocabile. Per capire il significato della scoperta nel contesto dell’epoca, occorre ricordare alcuni fatti che non riguardano Mercurio.

All’epoca di cui stiamo parlando la teoria newtoniana ha quasi due secoli di vita, e ha vantato grandi successi. Partendo dalle sue tre “leggi” della meccanica e dalla legge di gravitazione è stato possibile spiegare una quantità di fatti noti intorno al moto dei corpi celesti, e scoprirne altri: per es. la periodicità delle comete. Alcuni problemi hanno dato molto da pensare agli studiosi, ma poi hanno trovato soluzione, fornendo una brillante conferma della validità della teoria. Mi riferisco soprattutto al problema di Urano, che mostrava nei primi anni dell’800 delle deviazioni dal moto previsto; deviazioni che avevano portato a due diverse ipotesi di soluzione:

- a) la legge di gravitazione non è esattamente valida a grande distanza dal Sole
- b) il moto di Urano è perturbato da un altro pianeta, oltre quelli noti.

Si può dire che gli esperti fossero divisi in due partiti; del primo partito faceva parte ad es. Airy, Astronomo Reale a Greenwich, e questo forse contribuì a ostacolare il lavoro di Adams, che invece propendeva per la seconda soluzione. Intendo dire che l’osservatorio di Greenwich, sebbene informato dei calcoli di Adams, non intraprese con sufficiente impegno la ricerca del pianeta indicato da quei calcoli. Invece LeVerrier, che era già conosciuto nel campo astronomico, ottenne credito da Encke, direttore dell’osservatorio di Potsdam; e pochi giorni dopo la segnalazione (nel settembre 1846) Galle, assistente di Encke, inviava a LeVerrier il più famoso telegramma della storia dell’astronomia: “il pianeta di cui avete calcolato la posizione *esiste realmente*.”

Di questa storia interessa ora evidenziare due punti:

- la scoperta di un nuovo pianeta per mezzo delle perturbazioni prodotte su un pianeta conosciuto
- la parte centrale giocata da LeVerrier.

Nel frattempo un altro problema turbava l'astronomia e la meccanica celeste, ed era il moto della Luna. Un cenno l'ho fatto quasi quattro anni fa, e ora ricordo sommariamente la questione. A causa delle perturbazioni prodotte dall'attrazione solare, il moto della Luna attorno alla Terra si scosta parecchio dalle leggi di Keplero, e i tentativi di dar ragione di questo scostamento calcolando le dette perturbazioni non davano ancora risultati soddisfacenti. Il problema sarebbe stato risolto, lentamente e faticosamente; ma all'epoca di cui stiamo parlando rimaneva lecito il dubbio che la teoria di Newton non spiegasse in modo adeguato il moto della Luna.

La scoperta di LeVerrier su Mercurio si poneva proprio nel bel mezzo di questa situazione dialettica, fatta di luci e ombre.

* * *

Vorrei aprire ora una parentesi epistemologica. Certamente situazioni come quella che ho descritta, di fatti che confermano brillantemente una teoria, mentre altri sembrano andare contro, sono presenti in qualunque scienza. Ma credo che solo nella fisica si presentino in una forma così drammatica: la teoria (quella di Newton, nel nostro caso) ha una forma matematica, dove non c'è posto per vaghe interpretazioni o sfumature di significato. O i calcoli tornano con le osservazioni, o non tornano: *tertium non datur*. Al tempo stesso, la teoria non è relativa a un campo d'indagine marginale, ma concerne una delle interazioni fondamentali del mondo fisico: la gravitazione.

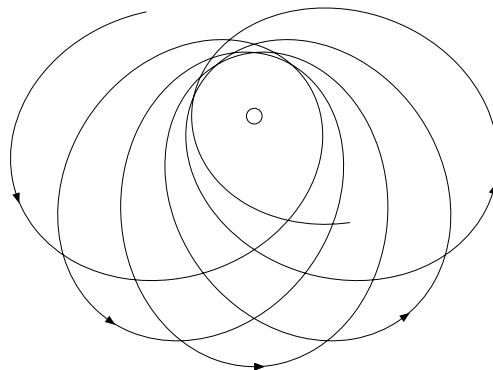
Forse debbo anche giustificare perché ho parlato di fisica e non di astronomia. Non c'è dubbio che quanto agli oggetti di cui si parla, all'ambito di osservazione, siamo dentro l'astronomia. Ma la visione d'insieme, la teoria esplicativa, ha portata universale, concerne — come ho già detto — una delle interazioni fondamentali che reggono il mondo fisico secondo la visione oggi (e allora) corrente. Discutere della validità della legge di gravitazione significa discutere di uno dei pilastri della costruzione teorica di *tutta la fisica*.

Con una parentesi nella parentesi, è anche per questo che da sempre sono convinto che nell'insegnamento l'astronomia debba essere considerata parte della fisica. È vero che l'astronomia ha delle peculiarità sue proprie: è più “naturalistica” del resto della fisica, studia oggetti del mondo com'è, non nostre creazioni artificiali di laboratorio; si basa su osservazioni e non su esperimenti. Però le idee base dell'astronomia sono quelle stesse della fisica: il moto, il tempo, la luce e la sua propagazione, la gravità appunto. . . Per non parlare dell'astrofisica, dove l'astronomia sfuma nella fisica *tout court*, come quando si studia l'evoluzione

delle stelle o la formazione delle galassie. Di questa unità di base vedremo del resto un immediato esempio nel seguito, nella storia del perielio di Mercurio.

* * *

Torniamo a Mercurio, e vediamo perché la scoperta della precessione non è stata semplice. Prima di tutto per la sua entità, che ho già definito “assai modesta.” Quantitativamente, si tratta di circa 43 secondi d’arco per secolo. Qui accanto vi ripropongo la stessa figura che tempo fa avevo usato per illustrare il moto della Luna, e che si adatta benissimo al caso presente. Solo che ora al centro si trova il Sole, il percorso “a rosetta” è quello di Mercurio, ma soprattutto non dovete dimenticare che la “rotazione” dell’ellisse è enormemente esagerata: più di un milione di volte.



Un angolo di un secondo è difficilmente immaginabile per la sua piccolezza, ma ai tempi di LeVerrier gli astronomi non avevano difficoltà a misurare angoli così piccoli: basti ricordare che 20 anni prima Bessel aveva misurato la prima *parallasse annua* di una stella, ossia lo spostamento apparente sulla sfera celeste dovuto al moto della Terra attorno al Sole. Si trattava della 61 del Cigno, la cui parallasse annua è di soli 0.3". Ci sono stelle più vicine, quindi con parallasse maggiore, ma solo poco più del doppio. Aveva dunque ragione Galileo, quando rispondeva — a chi gli obiettava che il moto della Terra attorno al Sole avrebbe dovuto avere per effetto una deformazione prospettica delle costellazioni — che l'effetto poteva essere inosservabile se le stelle erano molto lontane.

Questo per la piccolezza; ma c'erano difficoltà più fondamentali da risolvere. La più fondamentale è questa: ho più volte parlato di una “precessione,” di una “rotazione” dell’orbita di Mercurio; ma ho (volutamente) trascurato di specificare *rispetto a che cosa* si osserva tale rotazione. Insomma: se parliamo di una rotazione (come più in generale di un moto qualsiasi) dobbiamo specificare il *sistema di riferimento*. E qui vedete come il nostro problema astronomico s'incontri con una questione fondamentale della fisica: la definizione del sistema di riferimento. Così fondamentale che di solito viene affrontata agli inizi di un corso, la si sbriga dicendo che il sistema di riferimento inerziale ideale è uno solidale con le stelle fisse, e non ci si pensa più. . .

Ma le cose non sono così semplici, per tante ragioni. Prima di tutto, perché le “stelle fisse” non esistono. Tutte le stelle si muovono, in modi diversi, con velocità diverse: questo ai tempi di LeVerrier era già noto da oltre un secolo, visto che la prima scoperta risale a Halley (quello della cometa) nel 1717. Non posso ora introdurre la lunga parentesi che occorrerebbe per spiegare com'è stato risolto questo problema, che si è andato sempre più complicando man mano che

l'aumento nella precisione delle osservazioni rendeva necessaria una definizione via via più accurata del sistema di riferimento. Ricordo solo che ormai non ci si basa più sulle stelle, ma sulle quasar, che essendo di gran lunga più lontane hanno moti propri (angolari) estremamente piccoli.

Ancora a monte rispetto alla definizione del riferimento inerziale, c'è il fatto, banale ma ineludibile, almeno fino a tempi recenti, che le osservazioni astronomiche si fanno dalla superficie della Terra; quindi il sistema di riferimento naturale per tutte le misure è uno solidale alla Terra. Ora la Terra si muove; prima di tutto ruota su se stessa, ma questo non è un grave problema: da tempi antichi gli astronomi hanno imparato come trasformare le osservazioni fatte rispetto alla Terra in dati riferiti alla "sfera delle stelle fisse." Ma già da quei tempi antichi, per l'esattezza con Ipparco (secondo secolo a.C.) era stata scoperta la *precessione degli equinozi*, che in termini copernicani s'interpreta come un moto dell'asse di rotazione della Terra rispetto alle stelle fisse. (C'è anche la *nutazione*, e altro . . . ; ma limitiamoci all'effetto di gran lunga più importante per i nostri scopi).

L'entità della precessione è oggi ben nota: ammonta a circa 5029'' per secolo (in realtà è nota con molte più cifre). Questo significa che se noi misuriamo le posizioni di un qualsiasi corpo celeste riferendolo a un sistema solidale alla Terra troveremo, rispetto al moto dello stesso corpo rispetto alle "stelle fisse," una rotazione addizionale *lungo l'eclittica* nella grandezza che ho appena indicata.

Secondo punto: anche se la gravitazione newtoniana fosse rigorosamente esatta, l'orbita di Mercurio non potrebbe essere un'ellisse, per la stessa ragione per cui non lo è quella della Luna o quella di Urano: le *perturbazioni* degli altri pianeti. E sfortunatamente, uno degli effetti di queste perturbazioni è di nuovo una precessione del perielio. Già ai tempi di LeVerrier erano disponibili metodi efficienti per calcolare questa precessione, e il risultato era 532'' per secolo. Sommandola alla precessione degli equinozi, ci si aspettava una rotazione dell'orbita di Mercurio di $5029 + 532 = 5561$ secondi per secolo. Le osservazioni davano un risultato un po' più grande, per circa 43'' come avevo già detto.

Tutto bene dunque: ma bisogna considerare che la precessione di cui stiamo parlando veniva misurata come differenza tra due dati parecchio più grandi: i 5561'' calcolati e i 5604'' osservati. Ora entrambi questi numeri erano affetti da possibili incertezze: il dato calcolato, in conseguenza delle approssimazioni insite nel metodo di calcolo; quello osservato, a causa delle inevitabili incertezze nelle osservazioni stesse. (E parlando di "calcoli" e di "osservazioni" sto in realtà semplificando dei procedimenti parecchio più complicati. . .). Perciò per credere alla realtà della precessione occorre un'analisi accurata di tutti questi calcoli e osservazioni; analisi che venne fatta e ripetuta, anche dopo LeVerrier, fino ai tempi di Einstein: sintetizziamo dicendo che sull'esistenza del fenomeno, e sull'impossibilità di spiegarlo con la teoria newtoniana, non c'erano dubbi. Quale dunque la soluzione?

* * *

Ne furono avanzate più d'una. La prima e più ovvia, dopo la scoperta di Nettuno, stava nel supporre che Mercurio fosse perturbato (anche lui) da un pianeta ancora sconosciuto; che questa volta doveva trovarsi più vicino al Sole, il che avrebbe spiegato come mai fosse sfuggito alle osservazioni. LeVerrier fu il primo ad avanzare quest'ipotesi, della quale rimase sempre convinto, e inventò anche un nome per quel pianeta: Vulcano. Nel corso degli anni diversi astronomi affermarono di averlo visto, ma le "scoperte" non furono mai confermate.

Una seconda ipotesi, anche questa piuttosto ovvia, era di supporre che la legge di gravitazione andasse leggermente corretta, nel senso che la forza di attrazione non andasse esattamente con l'inverso del quadrato della distanza, ma con una potenza leggermente maggiore. Quest'ipotesi non riscosse molto successo per ragioni del tutto diverse: perché aveva tutto il carattere di un'ipotesi *ad hoc*, e perché toglieva alla teoria la semplicità matematica della forma newtoniana. Si noti che la stessa legge regolava l'interazione fra cariche elettriche (legge di Coulomb) e che una forza che vada come l'inverso del quadrato ha la notevole proprietà di soddisfare al teorema di Gauss, una conseguenza del quale è che una massa (o una carica) a simmetria sferica produce esattamente la stessa forza che se fosse puntiforme.

Un'altra possibilità riguardava lo stesso Sole. Se questo non fosse perfettamente sferico, ma un po' schiacciato, produrrebbe sui pianeti un'attrazione un po' diversa da quella newtoniana. La stessa cosa accade per la Terra, il cui schiacciamento ha un effetto importante sul moto dei satelliti artificiali. Come mai ho scritto "sui satelliti artificiali," e ho dimenticato la Luna? Perché l'effetto decresce rapidamente con la distanza del satellite (con la potenza $-7/2$) ed è quindi almeno un milione di volte più piccolo per la Luna che per i satelliti in orbita bassa.

L'idea di dare al Sole la colpa della precessione di Mercurio è sopravvissuta a lungo, almeno fino a 50 anni fa, essenzialmente perché era sostenuta da un cosmologo e relativista di prestigio come Dicke; ma in realtà lo schiacciamento solare, sebbene concepibile visto che anche il Sole ruota, non è mai stato osservato nella misura necessaria. Vi faccio grazia di ulteriori complicazioni che vennero escogitate per salvare l'ipotesi, e concludo su questo punto dicendo che anche l'idea dello schiacciamento resta nell'elenco dei tentativi infruttuosi.

* * *

A questo punto stavano dunque le cose nell'autunno del 1915, quando Einstein riuscì a calcolare per la prima volta le correzioni al moto dei pianeti previste dalla relatività generale. In particolare, la teoria prevedeva la precessione del perielio, per la quale Einstein ricavò una formuletta che non vi riporto. Ma è importante sapere quali grandezze vi figurano: oltre a costanti fondamentali come la velocità della luce e la costante di gravitazione, compaiono la massa del Sole, il semiasse dell'orbita del pianeta e la sua eccentricità. Tutte grandezze ben note, sì che la formula dava l'entità della precessione senza alcuna arbitrarietà e

senza la possibilità di “aggiustamenti” di alcun genere. Einstein fece il calcoletto algebrico, e trovò per la precessione il valore di $42.98''$ per secolo: perfettamente in accordo col valore osservato, che già allora era noto con un’incertezza inferiore al secondo d’arco (oggi l’accordo è migliore della seconda decimale).

Come ricorderete, a conclusione del secondo tempo di questa storia della relatività generale avevo scritto: “Vedere che la sua teoria rendeva ragione di questo fatto misterioso produsse su Einstein un’impressione profondissima: in una lettera a Ehrenfest scriveva ‘Per alcuni giorni sono rimasto fuori di me per l’eccitazione e la gioia.’” Per l’esattezza, la citazione prosegue: “la natura mi aveva parlato!” Confesso che non so immaginare quanto chi mi legge possa apprezzare l’emozione di Einstein. Mettendola su un tono volutamente scettico, potrei immaginare un lettore che fra sé e sé borbotti: “ma quante storie, per quella che tu stesso hai descritto come un’anomalia assai modesta, e per di più difficile da osservare e da verificare!”

È anche per questo che ho voluto insistere sulla storia dell’“anomalia” di Mercurio: certamente Einstein sapeva di questo problema aperto della meccanica celeste; anche se non era la sua specialità, doveva avere qualche idea dei tentativi che erano stati fatti, delle diverse ipotesi, della difficoltà dei calcoli. . . Ora accadeva questo: che la sua teoria, che pure era nata su tutt’altre basi (debo ancora finirne il racconto, come sapete) senza alcuna relazione col problema di cui stiamo ora parlando, forniva una risposta inequivocabile: accuratissima e del tutto priva di qualsiasi incertezza e arbitrarietà. Come ho già scritto sopra: o i calcoli tornano con le osservazioni, o non tornano: *tertium non datur*. I suoi calcoli, la sua teoria, tornavano perfettamente.

* * *

Che cosa è venuto dopo? La teoria di Einstein, come pure tutte le ipotesi fatte in precedenza, portano a prevedere che una precessione del perielio si debba riscontrare anche per gli altri pianeti. Però l’entità dell’effetto è progressivamente decrescente, coll’aumentare della distanza del pianeta dal Sole; quindi le osservazioni diventano via via più difficili. Tuttavia anche gli strumenti e le tecniche si sono affinate, e oggi ci sono dati per la precessione di tutti i pianeti fino a Marte.

Qui va osservata una cosa: ho appena detto che non solo la teoria di Einstein, ma tutte le ipotesi alternative portano a prevedere una precessione per tutti i pianeti; c’è però una differenza nel modo come l’effetto decresce con la distanza. Per la relatività generale c’è una dipendenza prevista come $a^{-5/2}$, mentre lo schiacciamento del Sole dà $a^{-7/2}$, ecc. (a è il semiasse maggiore dell’orbita). Se anche l’ipotesi prevede un parametro aggiustabile (come accade per es. per lo schiacciamento del Sole) potremo sicuramente far tornare uno dei dati osservati, per es. quello di Mercurio, ma gli altri dati saranno di nuovo nella solita condizione: o torna o non torna. Ed ecco di nuovo l’incontestabile superiorità della teoria di Einstein: sebbene essa non abbia alcun parametro

aggiustabile, è l'unica che fornisce valori in perfetto accordo con le osservazioni *per tutti i pianeti*.

* * *

Con questo la storia della precessione di Mercurio è finita, e resta da riprendere e concludere la storia più grande, quella della relatività generale. Ne parleremo la prossima volta, oppure mi verrà in mente un'altra divagazione? Non so dirlo...