Cap. 27 – Dialogo su ciò che si può capire

Prof.: Il tema che vi propongo oggi è quasi filosofico, e non è semplice da definire in poche parole. Per cominciare, lo enuncio così: è possibile acquisire una comprensione intuitiva, ossia non formale, della relatività? Come capite certamente, mi riferisco a questioni come il carattere non assoluto del tempo o la curvatura dello spazio-tempo.

Cecilia: Insomma vorrebbe sapere che cosa sono arrivata a capire io, che di matematica ...

Tommaso: ... non ne sai tanta... In effetti è un problema che mi sono posto più volte, e mi trovo a oscillare tra risposte diverse. In certi momenti, mi verrebbe di dire che senza matematica non si può capire niente della relatività, o addirittura che l'essenza della relatività sia matematica. Altre volte mi sembra di riuscire a ragionare senza formule, in modo intuitivo, come ha detto il prof. Insomma, la risposta non ce l'ho!

Prof.: Poco male: siamo qui per pensare insieme, e forse alla fine avremo capito qualcosa di più. Giusto per mettere sul tavolo un po' tutti gli aspetti del problema, questa è anche la difficoltà della divulgazione, che per principio vuole fare a meno della matematica.

Cecilia: È vero: mi viene in mente il famoso libro di Hawking, che in italiano ha il titolo "Dal big bang ai buchi neri." Nella prefazione l'autore scrive di aver avuto dall'editore la raccomandazione di usare il minimo numero di formule, perché ogni formula dimezza le copie vendute. Per cui Hawking rassicura il lettore, dicendo che userà una sola formula: $E = mc^2$.

Tommaso: Bell'affare: dopo quello che abbiamo imparato sugli equivoci in cui si può cadere riguardo a quella formula!

Prof.: Appunto... Ma cerchiamo di evitare la polemica, e concentriamoci sulla questione più profonda. Per esempio: secondo voi, si può capire uno spazio-tempo curvo?

Cecilia: Sarà difficile non fare riferimento a quello che si vede in giro: dopo tutto, la relatività è forse il campo della fisica in cui sono stati scritti più libri, a tutti i possibili livelli, mi pare...

Prof.: Probabilmente hai ragione, e questo testimonia il grande *appeal* che l'argomento possiede anche per il grosso pubblico. Perché succede questo? che ne pensate?

Tommaso: Beh, si parla di cose fondamentali ed elementari insieme: il tempo, lo spazio, il moto, la gravità, la luce... E viene fuori che le cose non stanno come uno è abituato a pensare...

Cecilia: Anzi, stanno in modo così diverso che si finisce sempre per parlare di paradossi: sembra che i fisici si divertano a confondere le idee alla gente comune ...

Prof.: Non posso negare che un po' questo gusto ci sia; ma vai avanti.

Cecilia: ... tant'è vero che c'è sempre stato, e c'è ancora, chi la relatività proprio non riesce a mandarla giù. Girando in internet (io sono curiosa, lo sapete) si trovano spesso autori di "teorie alternative"; e qualche volta anche in libreria ho visto libri del genere, nello scaffale della "scienza"...

Prof.: È vero, ma stiamo andando di nuovo fuori tema. A me pare che nell'attrazione verso la relatività, e nella simultanea resistenza ad accettarne i risultati, ci sia un presupposto di carattere appunto filosofico: che anche le più profonde verità della scienza non possano andare contro il senso comune; che questo debba sempre e comunque essere il punto di partenza e il criterio ultimo di validità di un'idea scientifica.

Però torniamo al punto. Ripeto la domanda: secondo voi, si può capire uno spazio-tempo curvo? Cecilia aveva cominciato un discorso che poi è stato deviato...

Cecilia: Sì, stavo dicendo che mi sembra comunque utile partire dai tentativi di divulgazione per capire che cosa tentano di far capire (scusate il bisticcio). In quasi tutti i libri che ho visto ci sono figure di una specie di lenzuolo con un avvallamento al centro; nei casi peggiori in quell'avallamento si vede una palla, che nell'intenzione dell'autore sarebbe per es. il Sole che incurva lo spazio-tempo attorno.

Tommaso: Ecco, sono proprio figure del genere che mi fanno propendere per la visione "radicale": senza l'adatta matematica non si può capire niente, ci si possono solo fare idee sbagliate!

Prof.: Vorresti spiegare meglio che cosa non va in figure come quella di cui ha parlato Cecilia?

Tommaso: Sarebbe più facile dire che cosa va: niente!

Prof.: Vedo che oggi abbondi in punti esclamativi; ma fai uno sforzo, e cerca di produrre una critica razionale.

Tommaso: OK, accetto il rimprovero. Per cominciare, il lenzuolo può al più rappresentare lo spazio, anche se con solo due dimensioni; il tempo resta del tutto fuori dal quadro, mentre sappiamo che è lo spazio-tempo a essere curvo, non il solo spazio.

Prof.: Hai ragione, e questo è un punto che dovremo ancora approfondire, perché è la stessa definizione di spazio che va messa in discussione. Ma prosegui...

Tommaso: Secondo: se si disegna lo spazio come un lenzuolo (bidimensionale) infossato, lo si pensa (il lenzuolo) immerso nell'ordinario spazio tridimensionale.

Ma se il lenzuolo vuol essere un'immagine dello spazio tridimensionale, dovremmo pensare che questo sia immerso in un ulteriore spazio 4-dimensionale? Nessuno lo dice apertamente, e non ho idea di che cosa penserà il generico lettore ...

Cecilia: Scusa se t'interrompo; ma non è proprio così? Lo spazio (tridimensionale) non è per così dire immerso nello spazio-tempo, che ha 4 dimensioni?

Prof.: Permettetemi d'intervenire. Cecilia sta facendo confusione: come ha appena ricordato Tommaso, in quelle figure il tempo non c'è, sta del tutto fuori scena. La terza dimensione è dunque un'ulteriore dimensione spaziale, e se il lenzuolo rappresenta lo spazio tridimensionale, avremo bisogno di una quarta dimensione spaziale.

Ora non vorrei aggiungere confusione a confusione; ma detto tra noi, questo si può effettivamente fare. Esiste un teorema per gli spazi di Riemann, che dice che qualsiasi spazio curvo può essere visto come sottospazio (sottovarietà) di uno spazio euclideo con opportuno numero di dimensioni. Se lo spazio di partenza ha 3 dimensioni, lo spazio euclideo in cui viene immerso ne avrà al più 6; in generale $n(n+1)/2$. Nei casi fortunati, per qualche simmetria, ne possono bastare meno. Per es. per lo spazio attorno a un corpo a simmetria sferica basta una sola dimensione in più.

Cecilia: Ma allora lo spazio (non lo spazio-tempo) avrebbe fino a 6 dimensioni? Che confusione!

Prof.: No, lo spazio *fisico* ha sempre e solo 3 dimensioni. Il teorema che ho citato dice solo che se proprio siamo affezionati agli spazi euclidei, se non sappiamo ragionare senza la buona vecchia geometria euclidea, possiamo farlo, pensando lo spazio tridimensionale come sottovarietà di uno spazio euclideo a più dimensioni. Ma si tratta solo di un artificio matematico, neppure necessario.

Ma lasciamo continuare Tommaso, che mi pare avesse altro da dire.

Tommaso: Sì: c'è quella "palla" che incava il lenzuolo. Dove starebbe la palla? Fuori del lenzuolo, ovviamente, ossia nella terza dimensione: quella che — come ha appena spiegato il prof — è solo un artificio matematico. Ma tutto questo il lettore mica lo sa...

In realtà la palla, ossia il Sole, fa invece parte dello stesso spazio, ed è perciò sbagliato disegnarla fuori. Ma c'è di peggio...

Cecilia: Ancora? Non mi ero proprio resa conto che quelle innocenti figure fossero così malefiche...

Tommaso: Non so se la tua sia dell'ironia a buon mercato, o la confessione dei limiti di una comprensione non matematica...

Prof.: Suvvia, Tommaso, cerca di essere un po' più cortese e soprattutto razionale, come ho già raccomandato!

Tommaso: È vero, lei ha ragione, ma di fronte a quel genere di stravolgimenti di una teoria così bella non riesco a mantenere la calma!

Prof.: Caro mio, se è per questo in materia di stravolgimenti non ci sono limiti... Si potrebbe dire che più un libro vende, e peggio è dal nostro punto di vista. Ma cerca di tornare al tema, se non hai finito.

Tommaso: Purtroppo no. C'è ancora almeno una cosa da dire. Perché la famosa palla "incurva" lo spazio? Chiunque guardi la figura non può fare a meno di pensare che l'incurva perché è pesante. E dato che diciamo tutti che la curvatura è una nuova maniera di presentare la gravità, il gioco è fatto...

Cecilia: Aspetta, che forse qualcosa ho capito. Nella figura la palla deforma il lenzuolo perché pesa, ossia perché è attratta dalla Terra: dunque la deformazione è dovuta alla presenza della Terra. Invece la figura vorrebbe rappresentare l'effetto di deformazione dello spazio-tempo prodotto dalla palla stessa, senza alcun altro intervento esterno. È chiaro che si tratta di cosa ben diversa!

Prof.: Brava Cecilia! Con questo direi che hai dato la prova implicita che si può capire anche senza matematica ...

Tommaso: Beh, andiamo piano... Capire cosa? Solo dei concetti a livello verbale... Ora dovrebbe cominciare il discorso più serio, per rispondere alle sue domande: si può capire la curvatura dello spazio-tempo? Fin qui abbiamo solo dimostrato che quelle figure non fanno capire proprio niente, anzi mettono fuori strada.

Cecilia: Tommaso, oggi sei proprio intrattabile! Non raccolgo, anzi cerco di dare un contributo positivo. Il difetto principale delle famigerate figure, e un po' di tutto l'approccio di gran parte della divulgazione, mi sembra questo: che si pretende di far "capire" concetti profondi e rivoluzionari come quelli della relatività appoggiandosi esclusivamente sul senso comune, mediante l'uso di "analogie," che di fatto mettono fuori strada proprio perché suggeriscono una strada impercorribile.

Prof.: Stai dicendo che non è possibile intuire la relatività basandosi sul senso comune, ossia stai dando risposta negativa alla mia ipotesi filosofica di poc'anzi, mi pare.

Cecilia: Non vorrei metterla in termini troppo perentori; oltre tutto non sono mica una filosofa... Ma da quello che ho capito fin qui, e dalle vostre discussioni di oggi, mi è sembrato di poter concludere in questo modo.

Prof.: Sta bene: prendiamo questa come prima conclusione, sulla quale mi pare siamo tutti d'accordo. Ma anche detto questo, resta la domanda: è possibile capire che cos'è uno spazio curvo, senza immergersi nella geometria differenziale della varietà riemanniane?

Tommaso: Beh, a dire il vero anch'io questa roba la conosco soltanto di nome ...

Cecilia: Evviva! Anche il grande Tommaso deve far professione d'ignoranza!

Prof.: Cecilia, ora non ti ci mettere anche tu... Tommaso ha ragione perché la mia uscita era provocatoria: nel seguito dei suoi studi lui potrà, volendo, approfondire questi argomenti, ma per ora nessuno gliene ha parlato, e anche in questo libro abbiamo fatto solo dei fuggevoli accenni.

Ma è proprio questo il problema: si può arrivare a una comprensione accettabile sulla base delle conoscenze matematiche, diciamo, di un bravo studente di liceo o poco più, oppure bisogna ricorrere per forza a tutto l'armamentario tradizionale dei testi standard di RG?

Se la risposta fosse la seconda, allora tutto il nostro lavoro sarebbe pressoché inutile...

Cecilia: Se posso basarmi sulla mia esperienza, direi che una certa intuizione si può raggiungere, pensando alle superfici curve, alle carte geografiche, alla convenzionalità delle rappresentazioni sul piano... Forse io sono stata addirittura aiutata dal non avere troppa dimestichezza con la geometria classica, e in particolare con la geometria analitica ...

Tommaso: Che vuoi dire? Spiegati meglio, perché a me questo sembra alquanto paradossale!

Cecilia: Intendo che se uno ha ragionato e lavorato troppo con la geometria analitica si abitua a pensare che le coordinate cartesiane siano "la realtà," non un modo convenzionale di rappresentarla ...

Tommaso: Ma no, scusa: non è affatto convenzionale! Nella fisica pre-RG lo spazio *è* euclideo, e le coordinate cartesiane ortogonali corrispondono a grandezze osservabili, alle letture che si possono fare su strumenti reali!

Cecilia: Sì, hai ragione; però è questo il punto. Se ci si abitua che le cose stanno così, diventa più difficile staccarsene: sembra che debbano stare *per forza* così...

Prof.: Infatti questo era il problema filosofico due secoli fa: possiamo pensare uno spazio che non sia euclideo? Kant dice che lo spazio (e il tempo) è una *forma a priori*, il che credo significhi che la nostra mente è così fatta che non possiamo non rappresentare gli eventi del mondo esterno in uno spazio con le caratteristiche date dalla geometria euclidea.

Mi pare che Cecilia voglia dire che una mente relativamente "vergine" da conoscenze fisiche e matematiche sia avvantaggiata dalla minore frequentazione di quelli che poi risulteranno essere soltanto dei pregiudizi.

Tommaso: Ma io non sono d'accordo! Chi studia matematica e fisica — *e le capisce*, non le impara a memoria — acquista anche un'elasticità mentale che gli permette di cambiare punto di vista, di concepire altre realtà e altre strutture formali. È solo chi studia in modo meccanico che si attacca alle apparenze, alle formule, e non è capace di pensare al di fuori di quegli schemi.

Prof.: Osservazione interessante, e figurati se non sono d'accordo. Però va anche riconosciuto che questa elasticità di cui parli non è molto incoraggiata nell'insegnamento ...

Cecilia: Vero: per es. io non ricordo di aver mai sentito il discorso delle carte geografiche, né dal prof di matematica, né dalla prof di scienze.

Prof.: Appunto. Se vogliamo ci sono anche delle giustificazioni per questo, ma resta il fatto che l'elasticità di cui parla Tommaso va riconquistata, ammesso che sia possibile. Mi sembra di capire che in fondo, anche se partendo da punti di vista diversi, siete entrambi del parere che la cosa sia possibile.

Tommaso: Proseguendo il discorso, vorrei in certo senso contraddire quanto ho appena detto ...

Prof.: Vuoi farci perdere la testa? Prima dici una cosa, e poi la contraddici? Sto scherzando: ricordo che all'inizio avevi detto di oscillare tra diverse risposte...

Tommaso: Infatti! Ho appena parlato di strutture formali, ma ora mi sono accorto che non era questo il tema della discussione, al contrario. Volevamo proprio capire se si possa acquisire una visione intuitiva, quindi non formale.

L'esempio di Cecilia delle carte geografiche può forse avvicinarci alla risposta: una visione intuitiva è raggiungibile, procedendo per gradi, con molta pazienza, molti esempi, confrontandosi a ogni passo con quello che ci dice il senso comune, guardando come occorre discostarsene... Insomma, un lavoro lungo...

Prof.: Già: è forse questo che rende impossibile un tale approccio nella divulgazione. Voglio dire che il divulgatore si propone un altro scopo: accostare (si fa per dire) un lettore sprovveduto a questioni avanzate, richiedendogli poco sforzo.

Cecilia: Mi viene in mente un'idea: non potrebbe essere utile costruire delle animazioni, del genere di quelle che oggi si vedono in video e film di ogni genere, che mostrassero *in modo rigoroso* quali sarebbero le percezioni visive se vivessimo in uno spazio curvo?

Prof.: Non ho mai visto niente del genere, ma sono pronto a scommettere che qualcuno ci ha già pensato. Forse basterebbe una ricerca in internet...

[...]