

Come introdurre la relatività  
nella scuola secondaria  
superiore

## Considerazioni generali

1. È necessario pensare alla relatività come parte integrante della fisica, e quindi non “appiccicarla” alla fine, come “fisica moderna,” ma programmare tutto l'arco dell'insegnamento in modo coerente.

Di più: esistono argomenti “relativistici” che possono (debbono) essere introdotti assai presto, all'inizio dell'insegnamento della meccanica.

2. La distinzione tra relatività *ristretta* e *generale* va superata: sono parti di una stessa teoria, entrambe ugualmente importanti ed entrambe accessibili con strumenti matematici elementari.

3. Conviene presentare la relatività come *fisica dello spazio-tempo*, prendendo quindi come base un *approccio geometrico*.

In particolare si può (si deve) fare a meno di tecniche matematiche come le trasformazioni di Lorentz, che rischiano di nascondere la fisica sotto la matematica.

4. Esistono oggi esperimenti assai più significativi di quelli “classici.” Sono più semplici da capire, e vanno a toccare più direttamente i concetti fondamentali.

5. La dinamica relativistica va centrata sul concetto di *energia* e sulla relazione tra energia e impulso.

È necessaria un'ampia discussione dell'*inerzia dell'energia* (la cosiddetta “equivalenza massa-energia.”)

Invece la massa relativistica è un vero e proprio *errore didattico*, da evitare.

## Le premesse

Ci sono argomenti di fisica “classica” (o di matematica) che spesso non vengono sviluppati ampiamente nei programmi tradizionali, ma sono prerequisiti indispensabili per la relatività (oltre a essere di grande importanza di per sé).

1. Orologi come strumenti di misura.
2. Carattere assoluto del tempo newtoniano.
3. Lo spazio assoluto.
4. Sistemi di riferimento come laboratori.
5. La geometria euclidea come interpretazione della realtà fisica.
6. Propagazione rettilinea della luce.

## **Approccio e contenuti**

1. Il principio di relatività.
2. Il tempo proprio come invariante.
3. Diagrammi spazio-tempo come carte geografiche.
4. L'esperimento di Hafele-Keating.
5. Il principio di equivalenza.
6. La deflessione gravitazionale.
7. Il redshift gravitazionale.
8. L'esperimento di Briatore-Leschiutta.
9. La curvatura dello spazio-tempo.
10. I principi della dinamica relativistica.
11. Impulso ed energia.
12. L'inerzia dell'energia.

## Il principio di relatività

Si può iniziare molto presto con la formulazione galileiana (*Massimi Sistemi*, 1632):

*“Riserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio...”*

Se siamo nella nave di Galileo, o più modernamente in un treno che viaggia a velocità costante su un binario rettilineo, *nessun esperimento* ci permette di riconoscere se la nave (il treno) si sta muovendo oppure no.

Si può anche dire che Einstein un secolo fa (1905) riafferma la stessa idea, sottolineando che il principio vale per *qualsiasi* esperimento: in particolare *per la luce*.

Naturalmente la questione andrà ripresa, ma l'idea di base è accessibile almeno dalla terza.

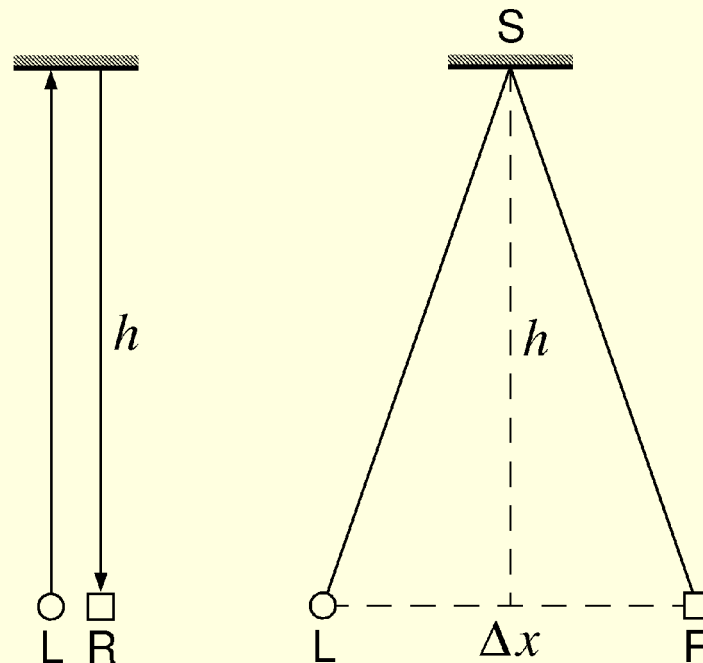
## Il tempo proprio come invariante

Si usa l'*orologio a luce* per dimostrare che le separazioni spaziale ( $\Delta x$ ) e temporale ( $\Delta t$ ) di due eventi sono legate in modo che l'espressione

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 / c^2$$

resta la stessa in ogni riferimento: è un *invariante*.

$\Delta\tau$  è il *tempo proprio*.



## Diagrammi spazio-tempo come carte geografiche

La relazione appena vista:

$$\Delta\tau^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 / c^2$$

presenta una forte analogia con quella che definisce nel piano cartesiano la distanza tra due punti:

$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2.$$

Ciò giustifica l'idea d'interpretare il tempo proprio come una “*distanza*” nello spazio-tempo e i diagrammi spazio-tempo come *carte geografiche*.

Tutti gli effetti relativistici che vengono di solito interpretati come “dilatazione del tempo” e studiati con le trasformazioni di Lorentz, si descrivono molto più semplicemente in questo modo.

Così si riesce meglio a coglierne il significato profondo, che sta appunto nella peculiare *geometria* dello spazio-tempo.



## L'esperimento di Hafele e Keating (1971)

Due aerei partono dallo stesso aeroporto e ci tornano, avendo fatto il giro del mondo in sensi opposti.

Portano a bordo due orologi (atomici).

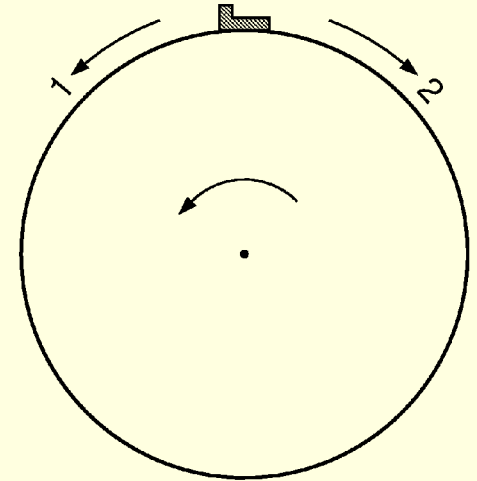
All'arrivo gli orologi segnano tempi diversi, per circa 300 ns su due giorni di viaggio.

Questo mostra direttamente che il tempo *non è assoluto*, ma dipende dal moto dell'orologio.

Meglio: nell'interpretazione geometrica, il tempo dell'orologio (*tempo proprio*) è la “*lunghezza*” della sua curva oraria nello spazio-tempo.

Attenzione: evitare espressioni come “un orologio in moto rallenta”: dire così significa andare contro il principio di relatività.

Sarebbe molto utile una discussione approfondita di questo punto, ma non abbiamo il tempo...



## Il principio di equivalenza

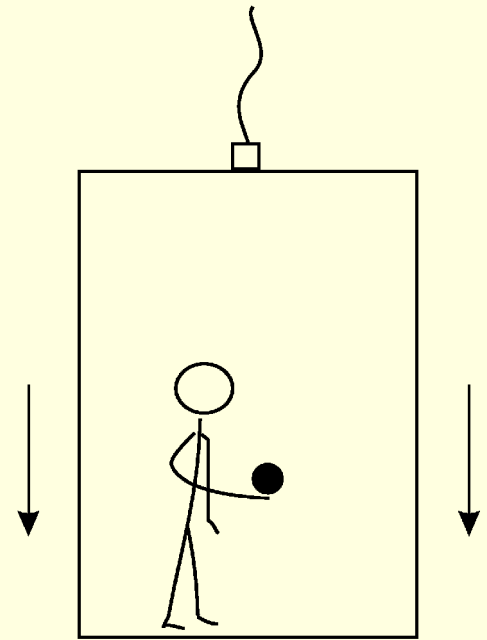
Ci si basa sul famoso *ascensore di Einstein*: dato che *tutti i gravi cadono con la stessa accelerazione* (Galileo) nell'ascensore in *caduta libera* la forza di gravità *si cancella*.

Invece di parlare di forze apparenti ecc., si ridefinisce il concetto di *referimento inerziale*: è inerziale un *referimento in caduta libera*.

L'idea si estende a tutti i casi simili, per es. un satellite in orbita intorno alla Terra.

Si tratta di un *cambiamento di paradigma*: uno dei punti di partenza della *Relatività Generale*.

Importante osservare che un fatto apparentemente banale (la legge di caduta dei gravi) apre la porta a una delle grandi conquiste della fisica del 20-mo secolo.



## L'esperimento di Briatore e Leschiutta (1975)

Ci sono due orologi atomici, uno a Torino (1) e l'altro sul Plateau Rosà (Cervino) (2).

1 invia un segnale a 2, e cominciano a contare il tempo.

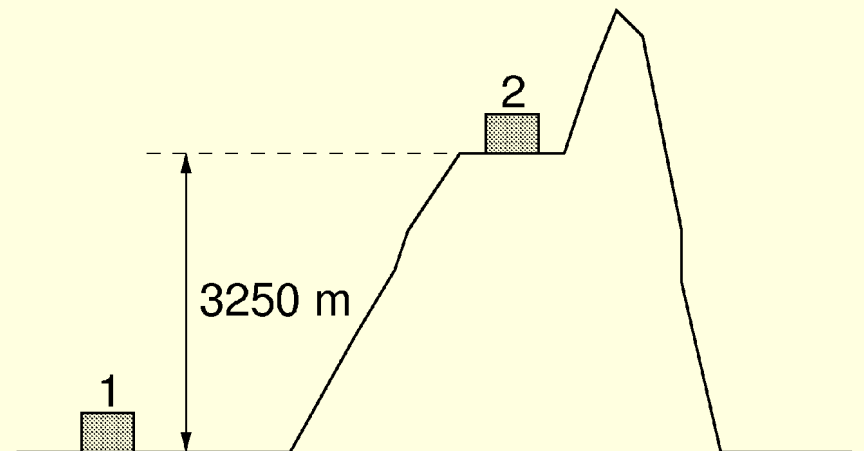
Dopo circa due mesi, 1 invia un nuovo segnale, e si ferma il conteggio.

Risultato: 2 è avanti rispetto a 1 di circa  $2.4 \mu\text{s}$ .

Come si deve interpretare questo risultato?

Quasi sempre si dice: l'orologio 1 rallenta rispetto a 2 perché sta più in basso nel campo gravitazionale della Terra.

Ma l'interpretazione più corretta è un'altra...



## La curvatura dello spazio-tempo

Se misuro la distanza tra due meridiani a Siracusa, e la misuro di nuovo a Bolzano, la trovo minore di circa l'8.5%.

Dovrò dire che spostando il mio metro da Siracusa a Bolzano esso si è allungato?

O non dirò piuttosto che i meridiani si sono avvicinati, sebbene la carta sembri indicare il contrario?

Dire che un orologio accelera o rallenta a seconda di dove si trova, è la stessa cosa...

Ciò che l'esperimento dimostra è in realtà una *proprietà geometrica* dello spazio-tempo.

Sviluppando il ragionamento, si arriva a un'altra idea fondamentale di Einstein: la gravità non è che *curvatura dello spazio-tempo*.



## I principi della dinamica relativistica

Nei principi c'è poco da cambiare rispetto alla meccanica newtoniana.

Il primo (inerzia) resta identico.

Il secondo pure, se lo si scrive nella forma  $F = dp/dt$ .

Il terzo (azione e reazione) invece non vale in questa forma, ma può essere sostituito dalla *conservazione della quantità di moto*.

**Dov'è allora la novità?**

Sta tutta nella diversa relazione tra *energia, impulso e velocità*.

## Relazioni logiche e fatti sperimentali

Ci sono alcune leggi o proposizioni che sono logicamente connesse:

- 1) La legge di “composizione” galileiana delle velocità.
- 2) La legge dell'angolo retto nell'urto elastico tra particelle di ugual massa.
- 3) La relazione  $T = p^2/(2m)$ .

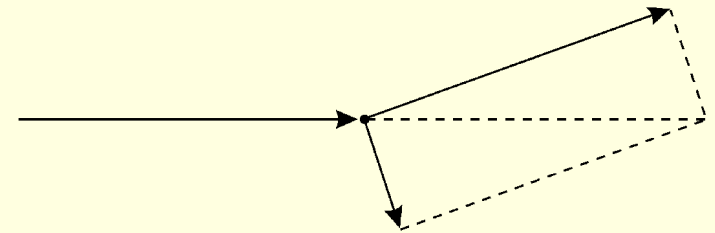
Ciascuna di queste implica l'altra, sotto ragionevoli ipotesi.

Perché ho messo “composizione” tra virgolette?

Perché è un termine improprio, anzi posso dire **infelice**.

Il termine corretto è *trasformazione* ...

Usare “composizione” spinge a credere che l'addizione galileiana sia “logicamente” necessaria, il che è del tutto falso: *solo l'esperimento può dire* quale sia la legge di trasformazione corretta.



1. La legge di “composizione” galileiana delle velocità.
2. La legge dell'angolo retto nell'urto elastico tra particelle di ugual massa.
3. La relazione  $T = p^2/(2m)$ .

L'esperimento dice che *la 2 non è vera* : pertanto vanno modificate anche la 1 e la 3.

D'altra parte la 1 è anche incompatibile con l'invarianza della velocità della luce.

Inoltre la 1 si dimostra sotto l'ipotesi del tempo assoluto, ma l'orologio a luce ci ha mostrato che il tempo non può essere assoluto se la velocità della luce è invariante.

Ancora: la 3 discende da

4.  $p = mv$ .

Quindi se non vale la 3, neppure la 4 può essere vera.

Che la 4 sia falsa, lo dimostra l'esistenza di una *velocità limite*, che si vede sperimentalmente (film PSSC).

## Impulso ed energia

Resta dunque da trovare le relazioni giuste, che sono queste:

$$T = E - mc^2$$

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4.$$

La seconda è *la relazione più importante* della dinamica relativistica, e spesso non riceve l'attenzione che merita.

Invece le relazioni di  $E$  e  $p$  con  $v$  hanno interesse decisamente minore, sebbene di solito vengano messe in primo piano...



## L'inerzia dell'energia

Questa è la denominazione più corretta, al posto della consueta “equivalenza massa-energia.”

Einstein intitola un lavoro del 1905:

*L'inerzia di un corpo dipende dal suo contenuto di energia?*

In breve: se a un corpo *fermo* cediamo energia in modo che *resti fermo*, *la sua massa aumenta*.

Esempi:

- si scalda un corpo
- si carica la molla di un orologio
- si porta un atomo in uno stato eccitato.

Viceversa:

- un corpo cede calore all'esterno
- il Sole emette radiazione
- l'atomo torna allo stato fondamentale.

In termini quantitativi, Einstein dimostrò che in quelle condizioni si ha

$$\Delta m = \Delta E / c^2.$$

La dimostrazione non è difficile ed è del tutto accessibile a una classe liceale. Ma qui non possiamo entrare in dettagli...

È così che si arriva alla famosa relazione

$$E = mc^2$$

che però – **attenzione!** – vale per un corpo *fermo*.

## La cosiddetta “massa relativistica”

Come si vede, l'inerzia dell'energia non ha niente a che fare con la “massa relativistica.”

Questa viene introdotta per salvare la relazione  $p = mv$ , che nella dinamica relativistica non vale se  $m$  è la *massa invariante*: quella che figura in

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4.$$

In realtà la massa relativistica non è che l'energia di un corpo in moto, divisa per  $c^2$ . Apparentemente quindi sembra giustificare la “famosa relazione”  $E = mc^2$ .

Ma è del tutto inutile: nessun fisico la usa mai, e serve solo a creare confusione.

Per es. quando si parla di “trasformazione di massa in energia” (o viceversa).

## L'esempio del $K^0$

Il mesone  $K^0$  è una delle prime particelle “strane” che sono state scoperte.

Ha una vita media molto breve ( $< 10^{-10}$ s) e diversi modi di decadimento. A noi interessa quello in due pioni:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-.$$

La massa del  $K^0$  è  $498 \text{ MeV} / c^2$ ; quella di ciascun pione è  $140 \text{ MeV} / c^2$ .

Come si vede, mancano  $218 \text{ MeV} / c^2$ : dov'è finita la massa mancante?

Si dice di solito che questa massa si è “convertita in energia”: infatti i due pioni non sono fermi, ma hanno un'energia cinetica, che fra tutti e due vale appunto  $218 \text{ MeV}$ .

Però attenzione: *se si vuole usare la massa relativistica*, i pioni – essendo in moto – hanno una massa *maggiore* di quella di riposo, esattamente  $249 \text{ MeV} / c^2$  ciascuno.

Infatti l'energia si conserva, e l'energia di riposo iniziale del  $K^0$ , che è  $498 \text{ MeV}$ , si sarà ripartita tra i due pioni:  $249 \text{ MeV}$  per ciascuno.

Ma allora la somma delle masse finali è uguale alla massa iniziale, e **non c'è nessuna conversione di massa in energia!**

Se invece usiamo la *massa invariante*, allora effettivamente la somma delle masse finali è minore di quella iniziale, e la differenza si ritrova come energia cinetica.

Però l'energia si conserva comunque, e quindi non si deve parlare in ogni caso di conversione di massa in energia: se mai, di conversione di *energia di riposo* in *energia cinetica*.

## Riassunto

Lo spazio assoluto non esiste.

Tutti i riferimenti inerziali sono equivalenti (principio di relatività).

Un riferimento in caduta libera è equivalente a un riferimento inerziale (principio di equivalenza)

Il tempo assoluto non esiste: il tempo (proprio) è la lunghezza delle curve nello spazio-tempo.

La gravità non esiste: è un effetto apparente per un corpo che venga forzato a deviare dal suo moto “naturale.”

I principi relativistici della dinamica sono gli stessi della meccanica newtoniana. Però il terzo principio va sostituito con la conservazione della quantità di moto.

La massa misura il contenuto di energia di un corpo.

Perciò può venire modificata nel corso di un'interazione.

## Bibliografia

1. E. Fabri: “Insegnare relatività nel 20-mo secolo.”

<ftp://osiris.df.unipi.it/pub/sagredo/aq.relat>

(è in preparazione un Quaderno di “La Fisica nella Scuola”)

2. E. F. Taylor, J. A. Wheeler: “Fisica dello spazio-tempo” (Zanichelli).