

8. L'arcobaleno

*Uno due tre:
sei nell'arcobaleno,
aggrappato ad un ombrello,
e scivoli bel bello
dal verde al rosso al giallo,
e a cavallo del blu
scendi giù, giù, giù. . .*

G. Rodari: *L'omino dei sogni*

... **questo sconosciuto**...

Si tratta di un fenomeno naturale ben noto, apparentemente familiare; però ci sono molte cose da scoprire. . .

Quindi, prima di tutto, bisogna far osservare, e porre opportune domande. Già arrivare a una descrizione chiara e sufficientemente accurata di ciò che si vede non sarà semplice, ed è un obiettivo didattico di non poco valore.

1. Com'è fatto esattamente l'arcobaleno? (forma, relazione con l'osservatore, disposizione dei colori).
2. Quando si vede l'arcobaleno? (presenza della pioggia? dove? sole visibile o nascosto dalle nuvole? a che altezza? . . .).
3. Aspetti speciali (arco secondario, archi soprannumerari).
4. Luminosità del cielo dentro e fuori dell'arco.
5. Dove sta l'arcobaleno? si può raggiungere? (leggende, miti).

La teoria

Sui libri o non c'è, o è sbagliata. . . È ovvio che c'entra la rifrazione e la dispersione (dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda). Di solito si trova la figura della rifrazione – riflessione – rifrazione (fig. 8-1); ma perché si dovrebbe vedere luce solo a un dato angolo?

Per rispondere osserviamo anzitutto che ci sono *due* aspetti da considerare separatamente: il primo è la formazione di un *arco luminoso*, che — come vedremo fra poco — è un effetto puramente geometrico, e si manifesterebbe anche se la sorgente fosse monocromatica. C'è poi l'arcobaleno vero e proprio, ossia *i colori dell'iride*: questo dipende solo dal fatto che l'arco appena detto si presenta per tutte le lunghezze d'onda, ma con aperture diverse a causa della *dispersione*.

Esaminiamo ora la fig. 8-2, dove è rappresentata una singola goccia (sferica) di pioggia e sono indicati:

- con ① il raggio riflesso dalla superficie
- con ② il raggio che esce dopo due rifrazioni
- con ③ quello che esce dopo una successione rifrazione - riflessione - rifrazione
- con ④ quello che esce dopo una successione rifrazione - due riflessioni - rifrazione.

I raggi ① e ② non interessano l'arcobaleno; ③ produce l'arco primario, ④ l'arco secondario. Già si capisce che l'arco primario sarà più intenso, perché a ogni riflessione l'intensità della luce si riduce, dato che in parte esce rifratta.

Quanto agli archi soprannumerari, sono dovuti a diffrazione e non possono essere quindi spiegati restando nell'ottica geometrica; non ce ne occuperemo qui, salvo dare più avanti qualche indicazione circa le condizioni in cui è più facile che si formino.

L'arco primario

Concentriamoci ora sull'arco primario (raggio ③). Dal triangolo ABC in fig. 8-3 si vede che $\alpha = 2r - i$; l'angolo fra raggio incidente e riflesso è 2α . Usando la legge della rifrazione $\sin i = n \sin r$ si trova

$$\alpha = 2 \arcsin \frac{\sin i}{n} - i. \quad (8-1)$$

A seconda di dove il raggio colpisce la goccia, i varia tra 0 e $\pi/2$. L'andamento di α in funzione di i è mostrato in fig. 8-4. È facile dimostrare che $\alpha(i)$ ha un solo massimo, quando i soddisfa

$$\sin^2 i = \frac{4 - n^2}{3}. \quad (8-2)$$

Questo fatto può essere anche verificato per via numerica, e può essere mostrato sperimentalmente, con un pallone o cilindro pieno d'acqua e un laser: si vede che facendo incidere la luce del laser dapprima al centro, poi a distanza progressivamente crescente, il raggio ③ comincia ad allontanarsi da quello incidente, ma da un certo punto in poi si riavvicina.

Dunque se consideriamo la luce riflessa da una goccia, vediamo che essa sta tutta entro un cono il cui asse è nella direzione del Sole, e di *semiapertura* $2\alpha_{\max}$ (fig. 8-5). È anche intuitivo (occorrerebbe un calcolo un po' più complicato per dimostrarlo) che l'intensità della luce riflessa è massima in prossimità dell'angolo massimo, tanto che in una grossolana approssimazione non è sbagliato dire che la luce è riflessa *tutta* a quell'angolo.

Mettiamoci ora dal punto di vista dell'osservatore. Questi ha davanti una miriade di gocce di pioggia, ognuna delle quali rimanda la luce del Sole secondo un cono come sopra. Quali gocce manderanno luce nell'occhio dell'osservatore? Tutte e sole quelle che stanno in un cono di semiapertura $2\alpha_{\max}$, con asse nella direzione del Sole, e ovviamente dalla parte opposta. L'osservatore vedrà quindi un arco luminoso, un po' di luce all'interno dell'arco, e niente fuori (fig. 8-6).

Tutto questo vale naturalmente per luce monocromatica, ma è ovvio che α_{\max} dipende da n , quindi dalla lunghezza d'onda della luce: vediamo come. Sostituendo nella (8-1) il valore di i dato dalla (8-2) si trova

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{1}{n^2} \left(\frac{4 - n^2}{3} \right)^{3/2}.$$

In fig. 8-7 è mostrato l'andamento di α_{\max} : si vede che è funzione decrescente di n . Ma per l'acqua nel visibile n è funzione decrescente di λ ; quindi $2\alpha_{\max}$ cresce con λ . A conti fatti si vede che vale 39.7° per il violetto, e 42.5° per il rosso.

Dunque si vedrà un arco violetto all'interno, poi gli altri colori dello spettro, fino al rosso all'esterno; il tutto in un'ampiezza di quasi 3° .

Però la situazione così descritta non è realistica, per almeno due ragioni:

- Il Sole non è puntiforme. Questo ha per effetto di "sfumare" un po' i colori uno nell'altro, rendendo meno vivido il contrasto.
- L'aria diffonde la luce solare, e quindi l'arcobaleno appare su uno sfondo che non è oscuro. Le condizioni più favorevoli sono quando ci sono nuvole basse e nere (per cui la luce diffusa è poca) e il Sole, vicino al tramonto, riesce a mandare luce al disotto delle nuvole.

Domanda: Che effetto ha il moto di caduta delle gocce di pioggia?

L'arco secondario

Il calcolo si fa in modo analogo, e si trova che α ha un minimo anziché un massimo. L'espressione di α_{\min} è la seguente:

$$\sin \alpha_{\min} = \frac{1}{8n^3} (n^4 + 18n^2 - 27).$$

Si può verificare che α_{\min} è maggiore di α_{\max} , ed è funzione crescente di n , quindi funzione decrescente di λ . Ne segue che la successione dei colori è invertita: dal rosso al violetto andando verso l'esterno. I valori estremi di α_{\min} sono: 50.1° per il rosso, 55.2° per il violetto.

Poiché non c'è luce riflessa tra α_{\max} e α_{\min} , si capisce perché il cielo sia più scuro fra i due archi.

Gli archi soprannumerari

All'interno dell'arco primario si osservano a volte una o più fasce colorate, più tenui e sfumate. Come abbiamo già detto, queste non si spiegano con l'ottica geometrica: sono effetti di diffrazione e la spiegazione non è elementare, anche dal punto di vista matematico. Il fatto che siano più o meno visibili dipende dalle dimensioni delle gocce: non si vedono se le gocce sono grandi, mentre sono troppo allargate e quindi deboli se sono molto piccole. L'ottimo si ha per gocce intorno a 0.2 mm di diametro.