Caos e ordine:
rapporti tra botanica e matematica

1. La simmetria

Lilium candidum - Giglio di S. Antonio

Helleborus niger – Rosa di Natale

Aquilegia vulgaris – Aquilegia

Dianthus sylvestris – Garofano selvatico

Dianthus sylvestris – Garofano selvatico

Eruca vesicaria – Rucola

Anemone nemorosa – Anemone dei boschi

Hepatica nobilis – Erba trinità

Hepatica nobilis – Erba trinità

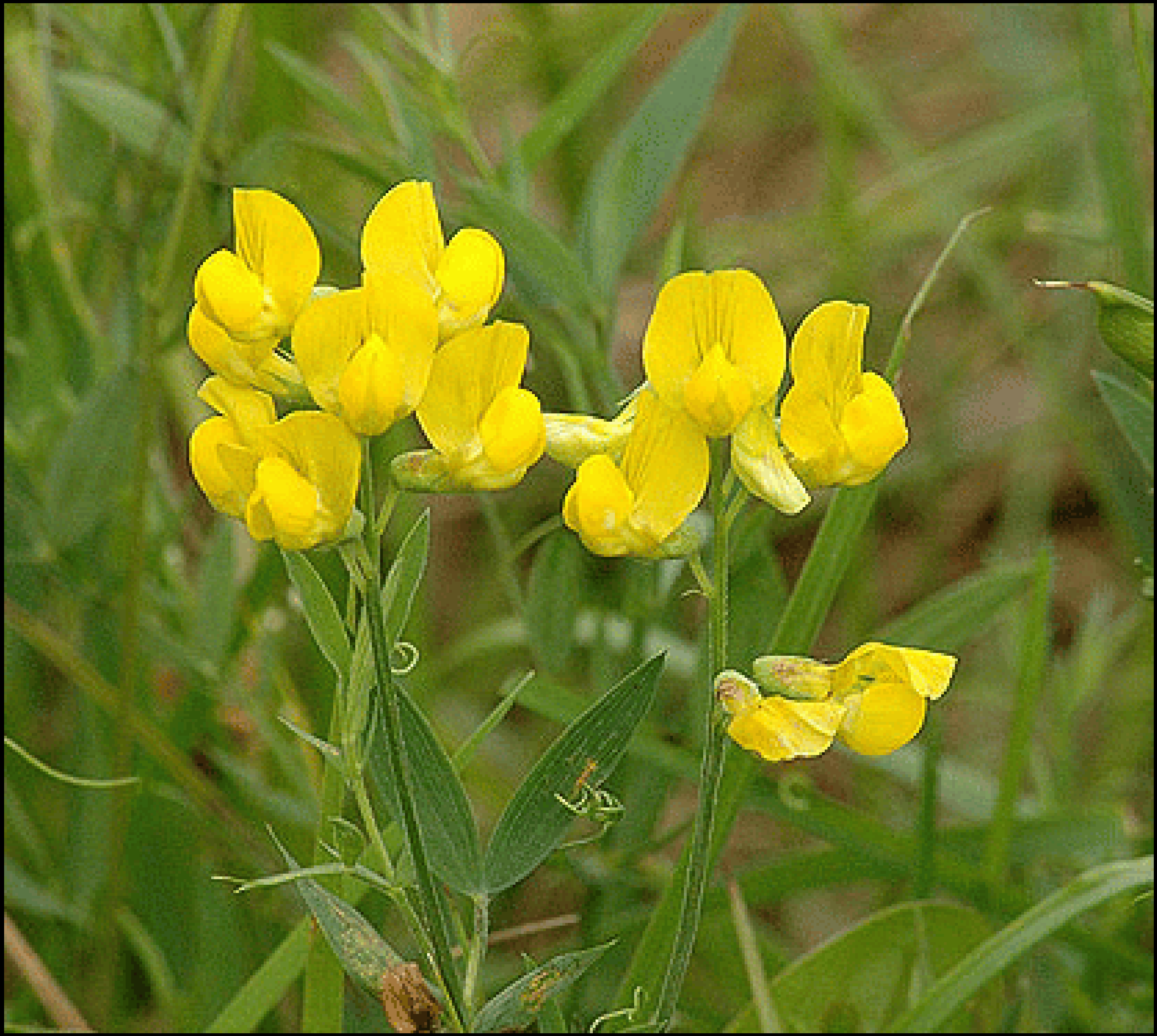
Variabilità del numero di petali

Matthiola sinuata – Violacciocca di mare

Vinca minor – Pervinca

Ophrys apifera – Vesparia

Lathyrus pratensis – Erba galletta



Salvia nemorosa – Salvia

Veronica filiformis – Veronica filiforme

Viola biflora – Violetta a due fiori

Tipi di simmetria

Simmetria *bilaterale*, ovvero rispetto a un *piano* (speculare).

Il giglio ha 3 piani di simmetria

Ma ha anche un asse *ternario*.

Un asse di simmetria può essere:

– binario

– ternario

– quaternario

– quinario

– senario


A
Q
K


Q
K
A

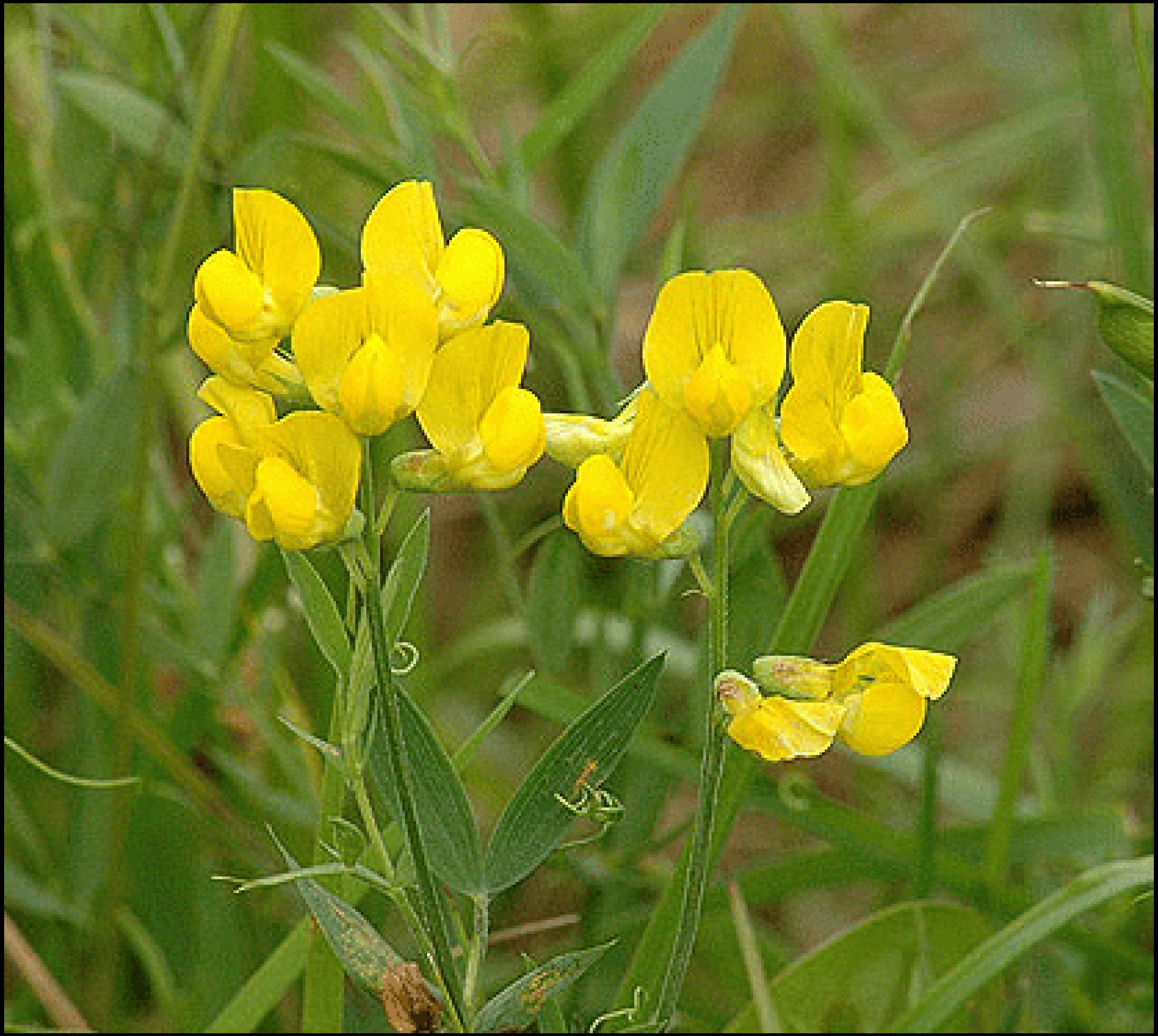

K
A
Q

Ecco la simmetria completa

Ophrys apifera – Vesparia

Solamente un piano

Lathyrus pratensis – Erba galletta



Solamente un piano

Salvia nemorosa – Salvia

Solamente un piano

Veronica filiformis – Veronica filiforme

Solamente un piano

Viola biflora – Violetta a due fiori

Solamente un piano

Helleborus niger – Rosa di Natale

Un asse quinario e 5 piani

Aquilegia vulgaris – Aquilegia

Un asse quinario e 5 piani

Dianthus sylvestris – Garofano selvatico

Un asse quinario e 5 piani (imperfetta)

È da notare che il Dianthus si scosta molto da una simmetria ideale, eppure *noi vediamo ugualmente la simmetria*.

Del resto le *simmetrie perfette* in natura *non esistono*: è una caratteristica notevole della nostra mente questa capacità di vedere e astrarre delle regole ideali da situazioni reali che non le rappresentano esattamente.

Eruca vesicaria – Rucola

Un asse quaternario e 4 piani

Matthiola sinuata – Violacciocca di mare

Un asse binario e 2 piani

Anemone nemorosa – Anemone dei boschi

Un asse senario e 6 piani

Hepatica nobilis – Erba trinità

Un asse senario e 6 piani

Vinca minor – Pervinca

Un asse quinario, nessun piano

Vinca minor – Pervinca

Un asse quinario, nessun piano

Dalla simmetria dei fiori alla matematica astratta…

AKQ QAK KQA

AQK QKA KAQ

AKQ, QAK, KQA, AQK, QKA, KAQ

sono le 6 *permutazioni* delle tre lettere

A, K, Q.

Si vede così che c'è una stretta corrispondenza (*isomorfismo*) fra le *simmetrie* del fiore e le *permutazioni* di tre lettere.

Dal punto di vista matematico (astratto) abbiamo a che fare con *la stessa struttura*: una struttura di *gruppo*.

La teoria dei gruppi muove i primi passi alla fine del '700, ma riceve il suo pieno sviluppo con Galois (1811–1832).

Ha avuto applicazioni alla risoluzione delle *equazioni algebriche*, poi molte altre nella matematica.

È stata impiegata nello studio della simmetria e delle proprietà fisiche dei *cristalli* (P. Curie).

Dopo la nascita della meccanica quantistica è divenuta uno strumento essenziale per le teorie delle *interazioni fondamentali* in fisica.

2. Oltre la simmetria

Trifolium montanum – Trifoglio montano

Centaurea cyanus – Fiordaliso

Knautia arvensis – Scabiosa dei campi

Angelica sylvestris – Angelica

Lactuca serriola – Lattuga spinosa

Taraxacum officinale – Dente di leone

Taraxacum officinale – Dente di leone

Helianthus tuberosus – Topinambur

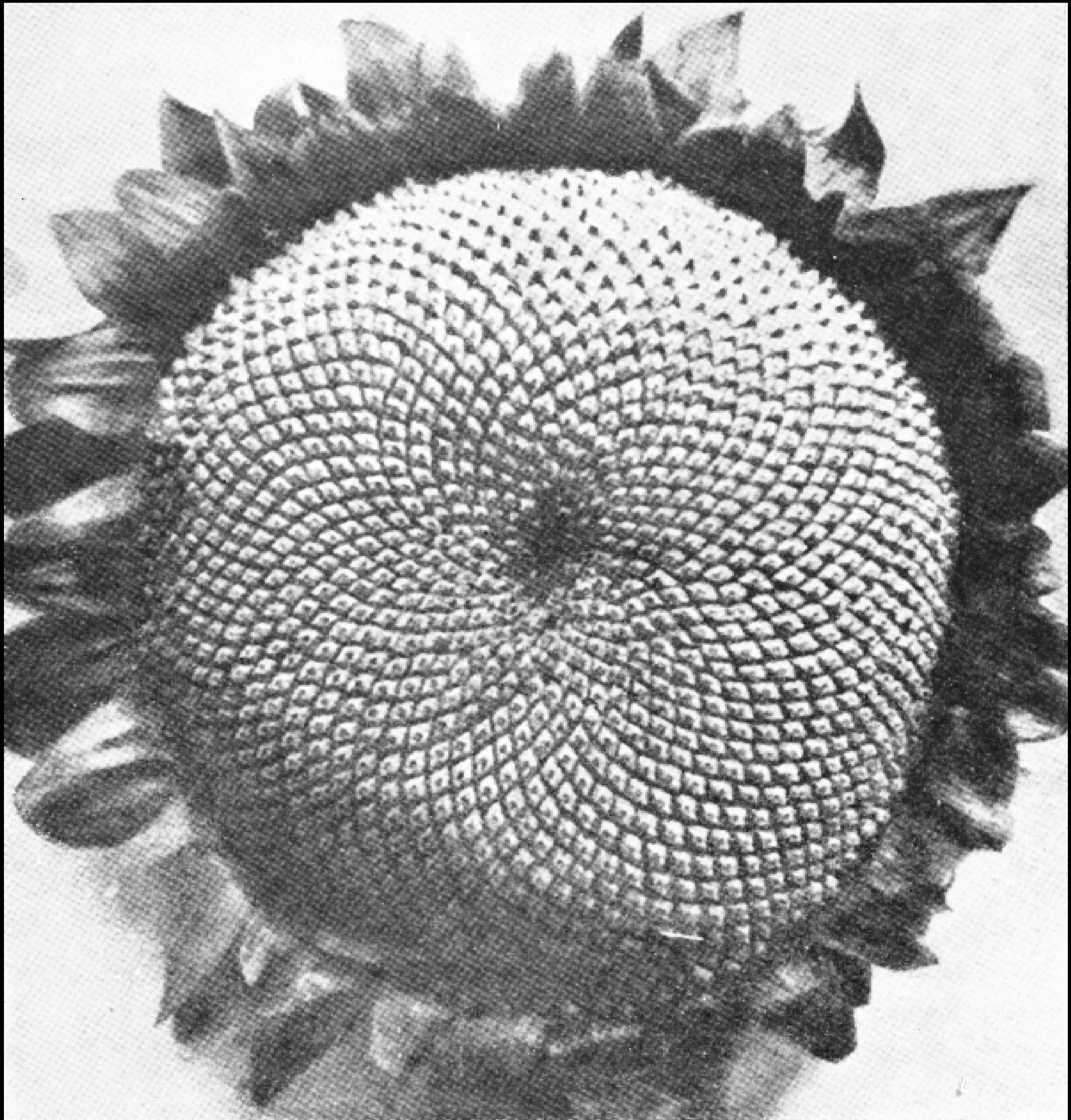
Helianthus tuberosus – Topinambur

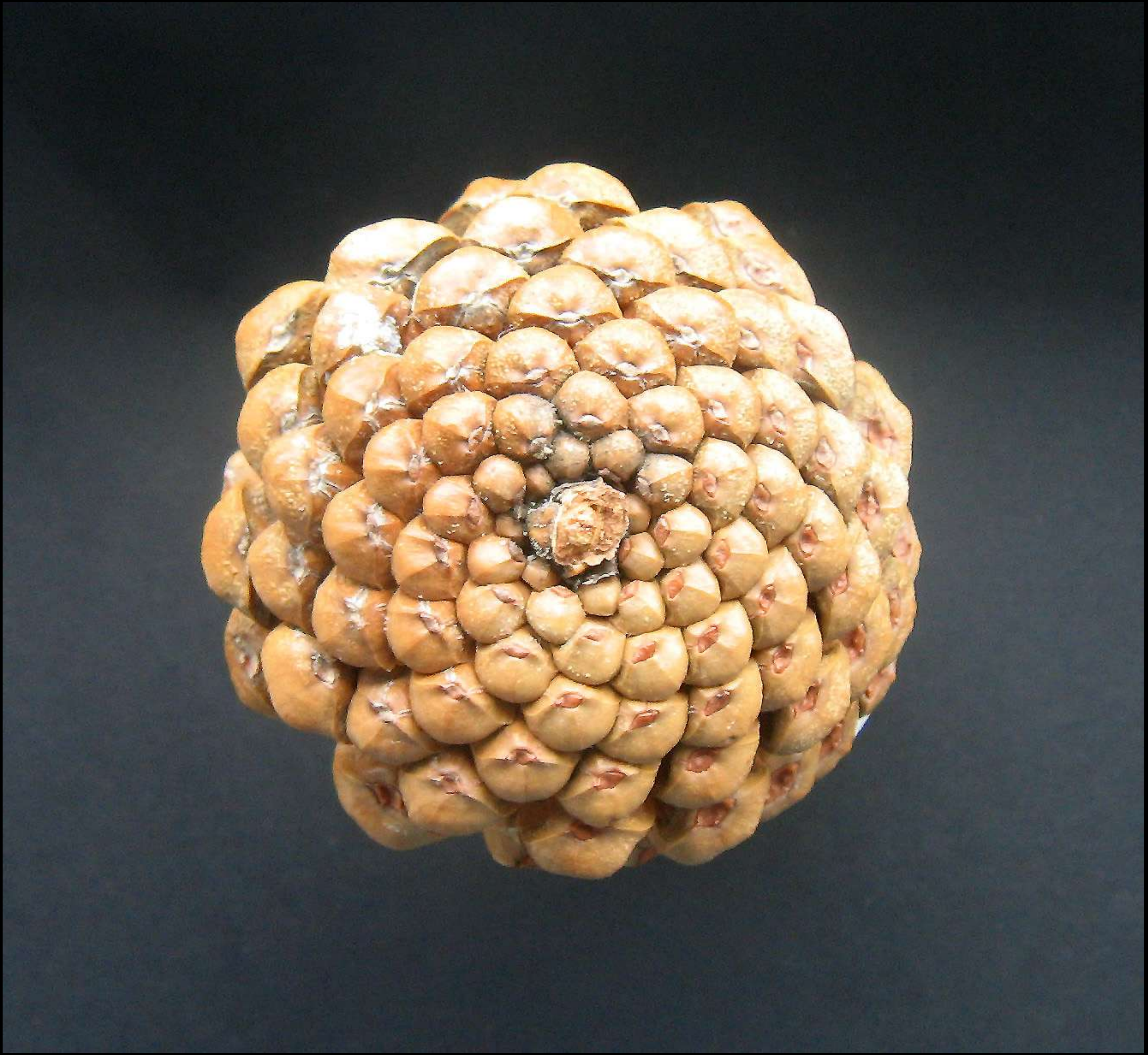
Tutti questi fiori non hanno simmetria visibile.

Ma in realtà non sono fiori: sono *infiorescenze*.

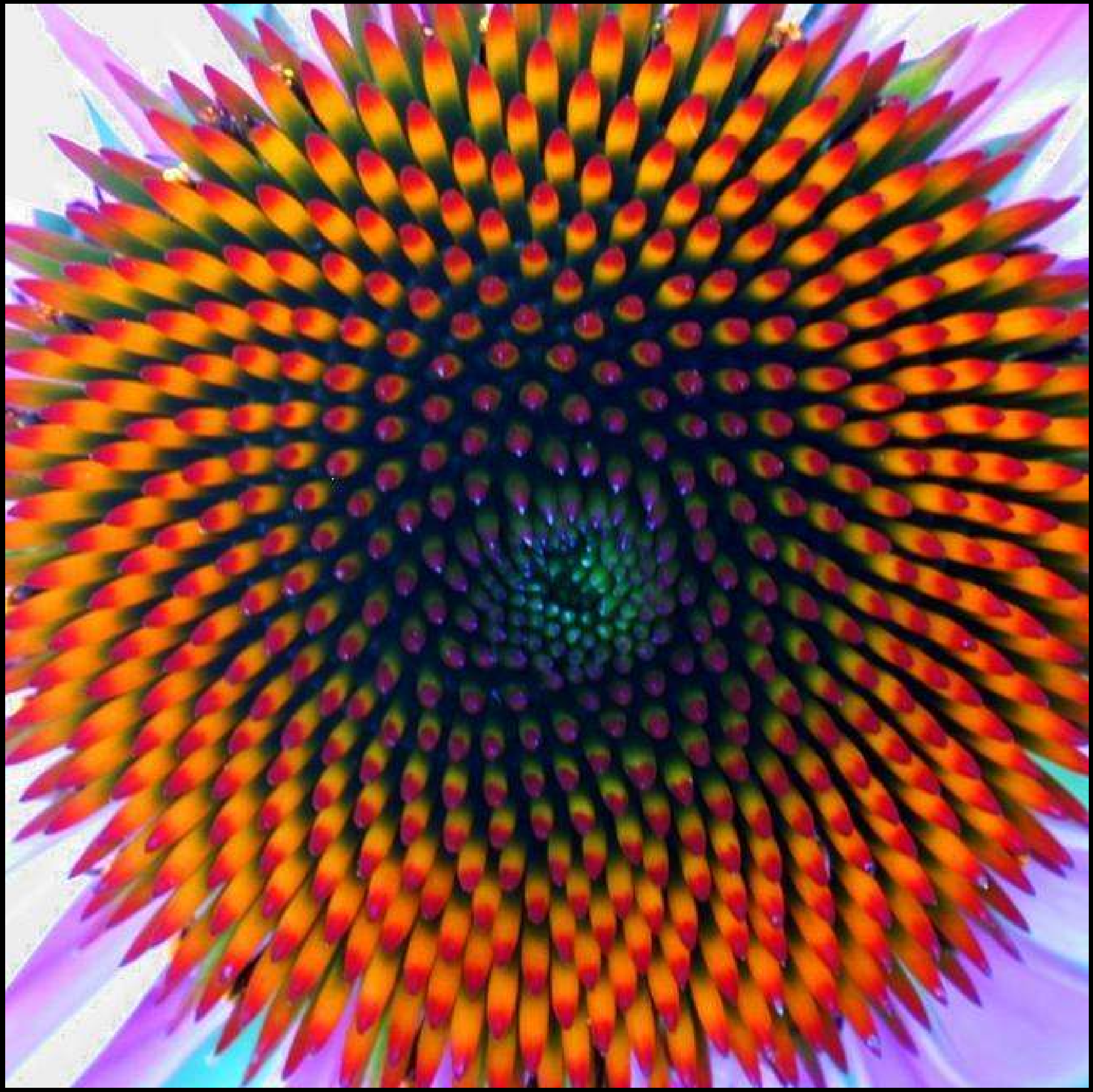
Abbiamo dunque il problema: *come si dispongono* gli elementi di un'infiorescenza?

Questo è un caso particolare del problema della *fillotassi*: la disposizione di elementi simili (foglie, rami, petali …) nell'accrescimento di una pianta.





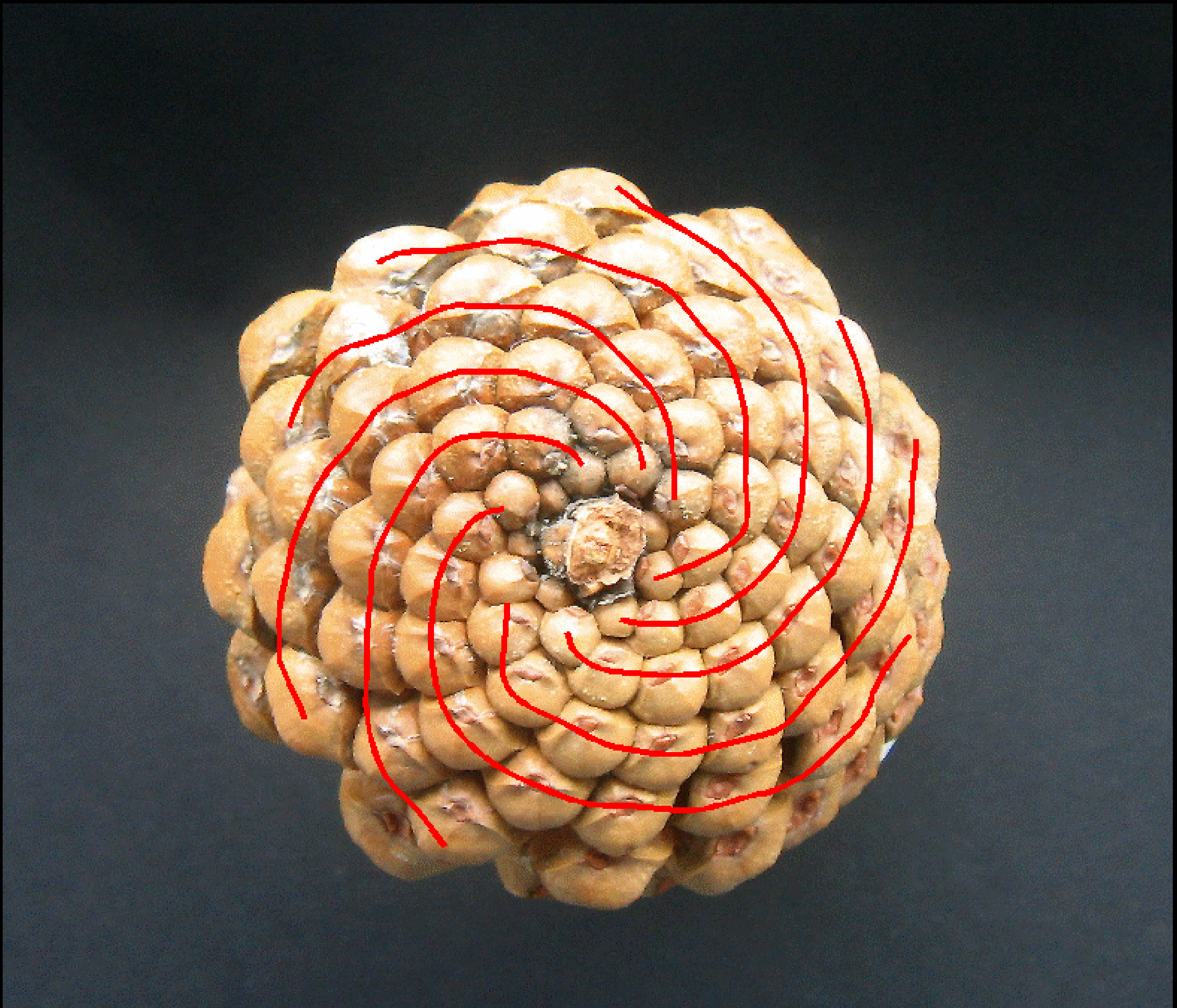
Echinacea purpurea



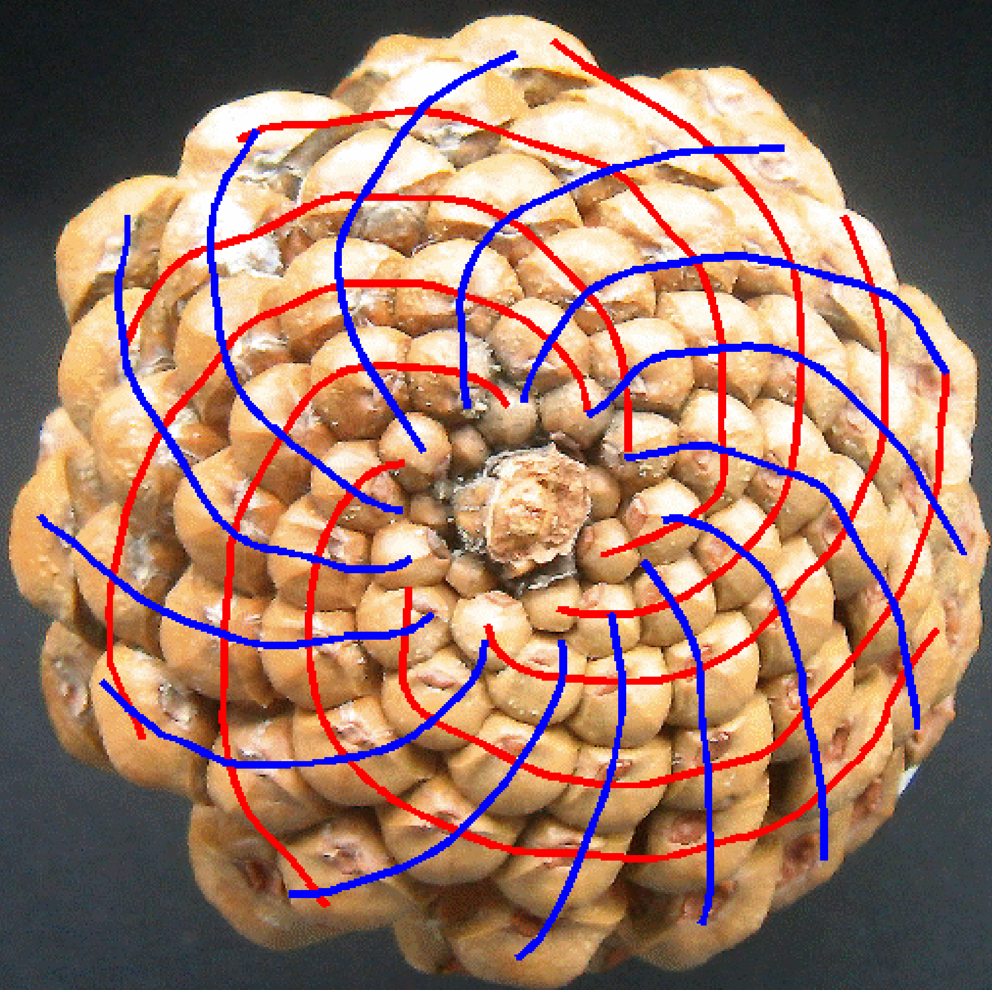
In tutti questi casi è evidente un *ordine*, ma di un genere *diverso*.

Si vedono delle *spirali*, che si sviluppano nei due versi:

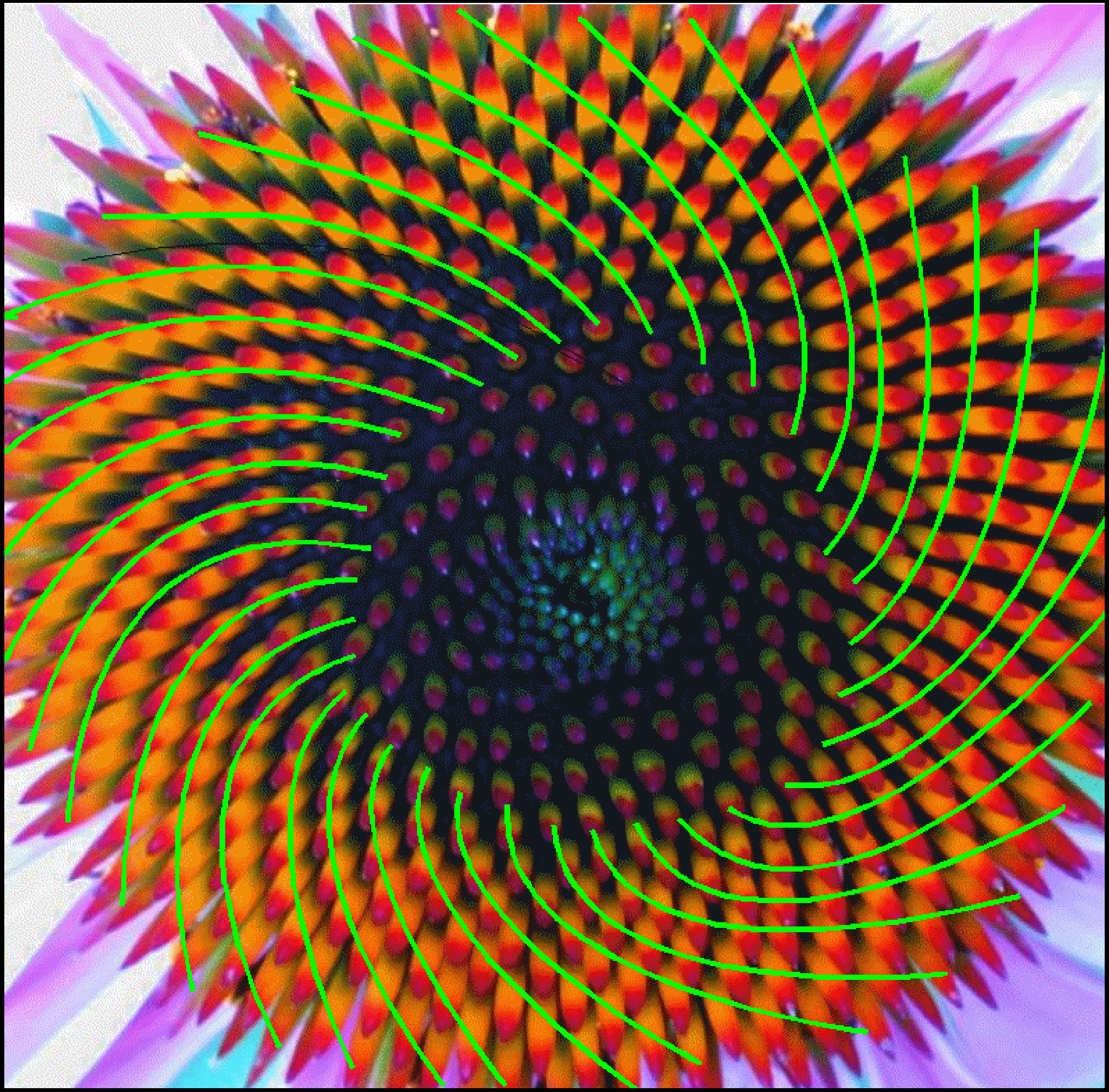
orario e *antiorario*.



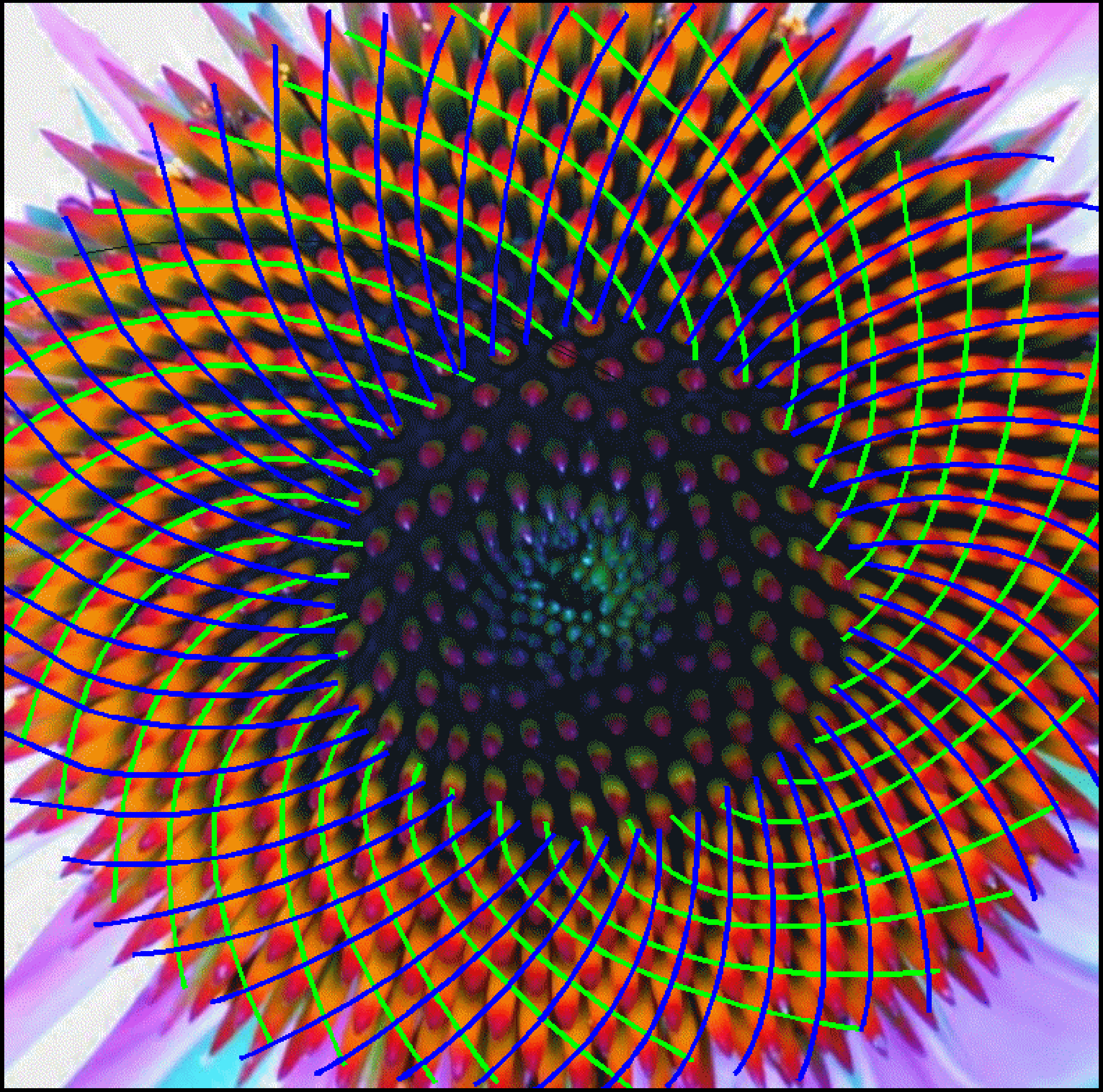
Le spirali antiorarie sono 8



Le spirali orarie sono 13



Le spirali antiorarie sono 34



Le spirali orarie sono 55

Questi numeri:

8 13 … 34 55

non sono casuali: si ritrovano quasi sempre.

Fanno parte di una famosissima successione, i *numeri di Fibonacci*:

1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 …

in cui ogni numero è la *somma* dei due che lo precedono.

Leonardo Fibonacci (o Leonardo Pisano, 1170–1230) nacque ad Algeri e viaggiò molto per il Mediterraneo.

È soprattutto famoso per aver introdotto in Italia, quindi in Europa, la *numerazione araba* (di origine indiana).

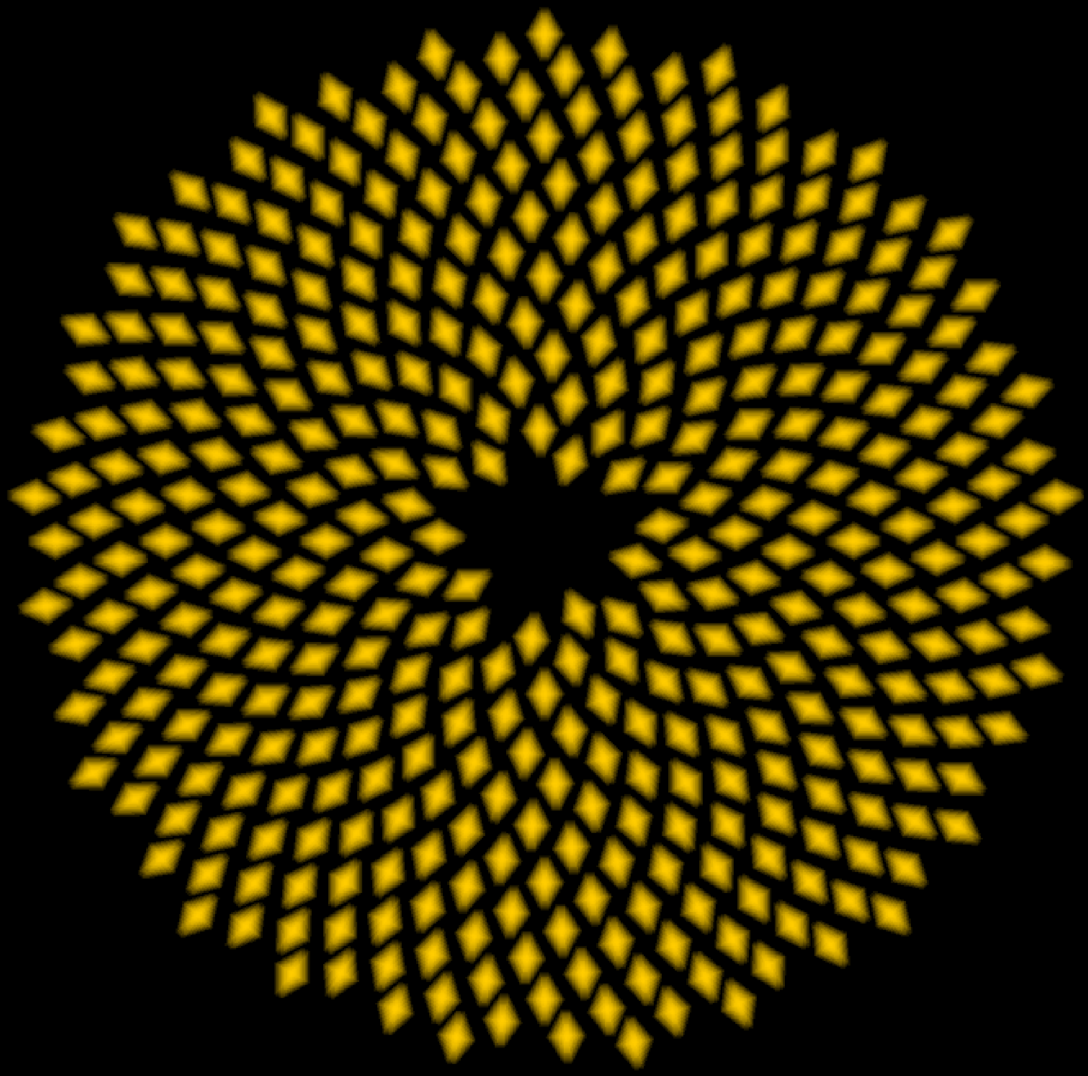
La successione di Fibonacci nasce da un problema di *conigli*, ma ha avuto numerosissime applicazioni nei più diversi rami della matematica.

Ma il nostro problema è: perché si ritrova nelle infiorescenze, e più in generale nella fillotassi?

Molti matematici si sono occupati del problema, ma sembra che ancora non ci sia una risposta sicura.

Tuttavia…

Un “girasole” artificiale …



… costruito con la formula di Vogel

3. I frattali

Angelica sylvestris – Angelica

L'ombrello dell'*angelica* ha una particolarità: appare formato di tanti ombrelli minori, che a loro volta…

La cosa appare ancora meglio nel caso del *broccolo*.

Brassica oleracea italica – Cavolo broccolo

L'ombrello dell'*angelica* ha una particolarità: appare formato di tanti ombrelli minori, che a loro volta…

La cosa appare ancora meglio nel caso del *broccolo*.

Qui si notano le spirali, ma anche la struttura a più livelli: un esempio di struttura *frattale*.

Ogni ramo dell'infiorescenza è a sua volta ramificato in modo *simile* all'oggetto intero.

Il concetto di frattale è stato creato da Mandelbrot intorno al 1975.

Ha gettato nuova luce su certi “strani” oggetti matematici, come la curva di Peano, gli insiemi di Cantor…

Le sue applicazioni sono innumerevoli: dalla cosmologia alla botanica; dalla geografia all'economia.

Ancora una volta, quelli che si trovano in natura sono frattali soltanto *approssimati*: in un vero frattale la ramificazione continuerebbe all'infinito…