

L'uso dei problemi in Fisica



L'uso dei numeri nei problemi

Considerazioni generali

Tutti sono d'accordo che l'insegnamento della fisica richiede l'uso dei problemi: che si può dire di aver capito una parte della teoria quando si sa risolvere i relativi problemi.

Però dei problemi non si parla abbastanza, come se pensarli, sceglierli, valutarli ... fossero cose banali.

I problemi possono essere usati almeno in due funzioni:

- *addestramento ed esercitazione su argomenti già noti*
- *valutazione.*

Un uso meno frequente, ma possibile, è:

- *introduzione a nuovi argomenti.*

Nel preparare un problema o quando si sceglie da una raccolta, si dovrebbe aver chiaro in mente lo scopo per cui lo si vuole usare.

C'è poi la distinzione tra esercizi e problemi. Non è sempre netta, ma a scopo di chiarificazione propongo:

- **esercizio** se non è richiesta inventiva (applicazione “lineare” di leggi già note)
- **problema** se occorre scoprire le leggi da usare, eventualmente le schematizzazioni, approssimazioni, ecc. (occorre inventiva).

Gli esercizi possono essere il primo passo; i problemi veri e propri un passo più avanzato.

Modi di utilizzo di un problema

Possono essere diversi: **scritto, discussione, interrogazione, lavoro a casa...**

Un problema scritto dev'essere formulato nel modo più accurato (ma non necessariamente del tutto definito: v. più avanti i problemi “aperti”).

Il lavoro a casa dev'essere abbastanza ben definito, ma permette una riflessione più “tranquilla”.

L'interrogazione è una situazione più “aperta”, con interazione, ma è orientata alla valutazione.

Una discussione è aperta al massimo per definizione, e si presta al meglio per l'introduzione di nuovi argomenti.

Importanza dei numeri nei problemi

I dati e i calcoli numerici nei problemi hanno alcune funzioni importanti, spesso sottovalutate (o distorte):

- *prendere pratica con le unità di misura*
- *stimare ordini di grandezza*
- *scelta di approssimazioni e schematizzazioni*
- *confronto con la realtà.*

Lascerò da parte, per ragioni di tempo, la prima categoria, e discuterò a grandi linee le altre tre.

Stimare ordini di grandezza:

Esempio n. 1 (originale).

Stimare la velocità di caduta delle gocce di pioggia (ordine di grandezza). Suggerimenti:

- Se si va in bicicletta sotto la pioggia ...
- Le tracce lasciate dalla pioggia sui vetri laterali di una macchina ...

Scegliendo una ragionevole altezza delle nuvole e trascurando in un primo tempo la resistenza dell'aria, che velocità si trova? Il risultato indica che ...

Mostrare che se la resistenza dell'aria aumenta con la velocità, certamente le gocce non possono superare una velocità limite. Poiché la velocità stimata è molto minore di quella che si avrebbe in assenza di aria, ne segue che le gocce raggiungono questa velocità limite poco tempo dopo la partenza, e poi ...

(In realtà questo esempio si presta a essere discusso in tutte e tre le categorie, come vedremo.)

Stimare ordini di grandezza:

Esempio n. 2 (concorso Salcioli 1991 – triennio).

Un tubo cilindrico, di sezione 2 cm^2 , porta acqua a una fontana, da cui esce con la portata di 0.1 litri/s.

a) Se in un litro d'acqua ci sono 3.3×10^{25} molecole, quante molecole escono dalla fontana ogni secondo?

b) Come si calcola la velocità media di una molecola?

La lampada del faro di un'automobile assorbe una corrente di 6 A. I conduttori che portano la corrente hanno una sezione di 1 mm^2 .

c) Calcola la velocità media degli elettroni nei fili.

d) Come si spiega, dato che la velocità degli elettroni è così modesta, che i fari si accendono subito?

Nota: In questo problema mancano volutamente certi dati, che devi conoscere o stimare. Non sono richiesti calcoli precisi: è sufficiente l'ordine di grandezza.

Stimare ordini di grandezza:

Esempio n. 3 (da Rogers: *Teaching Physics for the Inquiring Mind*, 1962).

Facendo ragionevoli ipotesi sulle dimensioni ecc., calcola la pressione che c'è nella canna di un fucile mentre parte un proiettile.

L'esplosivo della cartuccia produce in brevissimo tempo una grande quantità di gas molto caldo; la pressione del gas spinge il proiettile nella canna. Fai opportune stime sulle dimensioni della canna e su tutte le altre grandezze che ti occorrono, e calcola la pressione media del gas nel tempo in cui il proiettile sta nel fucile.

Volutamente non ti vengono forniti dati numerici: dovrai inventare tu i valori che ti sembrano ragionevoli, e ricavarne una risposta numerica. Poiché farai delle ipotesi e delle stime, dovrai esporle chiaramente, prima di usarle. Poiché sono soltanto stime, ci si aspetta solo una risposta grossolana; perciò verrà accettata qualunque risposta ragionevole, *purché tu abbia spiegato come ci sei arrivato*.

Enuncia in modo chiaro i valori dei dati che assumi e i principi fisici dei quali fai uso; descrivi poi il ragionamento che hai fatto.

Scelta di approssimazioni e schematizzazioni:

Sarebbe opportuno che le schematizzazioni richieste per la soluzione fossero indicate esplicitamente, oppure ricavate dai dati del problema.

Viceversa la tendenza è di dare per scontato che certe schematizzazioni si fanno sempre, anche quando non hanno senso.

Esempio n. 4 (maturità sperim. 1980–3).

In un tubo a raggi catodici un pennello di elettroni accelerato da una d.d.p. U_0 forma un'immagine puntiforme sul fondo del tubo.

La lunghezza delle piastre piane deflettrici è l , la loro distanza è d ; il fascio passa tra di esse a distanza pari a $d/2$ da ciascuna. La distanza dell'estremo delle piastre dallo schermo è L e la d.d.p. tra le piastre è U .

Si determini lo spostamento provocato sull'immagine puntiforme dalla d.d.p. U . Per quale valore di U lo spostamento sarà di 1 cm quando sia:

$U_0 = 100$ volt, $l = 2$ cm, $L = 20$ cm, $d = 1$ cm [...]

Ciò che si deve notare è che la lunghezza del condensatore è poco superiore alla distanza fra le armature, e in tali condizioni non è certo possibile trattare come uniforme il campo all'interno, né trascurare quello fuori.

Tuttavia è proprio questo che resta sottinteso nell'enunciato, ed è del resto condizione necessaria per poter risolvere in modo semplice il problema.

Qui è in gioco quello che si può chiamare un *contratto didattico* tra docente e discente (anche se alquanto “degenere”): il campo in un condensatore **è sempre uniforme**, senza che ci si debba preoccupare se sono soddisfatte le condizioni perché ciò sia vero, almeno approssimativamente.

Scelta di approssimazioni e schematizzazioni:

Esempio n. 5 (maturità sperim. 1989–1).

Due fili rettilinei paralleli indefiniti, distanti $2d$ l'uno dall'altro, sono percorsi in verso opposto da una stessa corrente d'intensità i .

Si consideri in un piano perpendicolare ai fili la retta che rappresenta l'asse del segmento avente per estremi le intersezioni dei due fili con il piano.

Si determini il vettore induzione magnetica \vec{B} in un punto generico della retta suddetta.

Si dica quanto vale l'intensità di \vec{B} in un punto di detto piano le cui distanze dai due fili si possono ritenere uguali.

(Qui riesce oscura la frase finale: si dovrà semplicemente rispondere che in questo caso il campo è nullo?)

Scelta di approssimazioni e schematizzazioni:

Esempio n. 6 (originale).

Un astronauta sulla Luna (senza atmosfera) spara un colpo di pistola verso l'alto, in direzione verticale. Il proiettile esce dall'arma alla velocità di 700 m/s. A che altezza arriva?

(Si può trascurare la rotazione della Luna; il campo gravitazionale alla superficie vale 1.62 N/kg.)

L'interesse di questo problema sta nel fatto che se si calcola l'altezza raggiunta assumendo uniforme il campo gravitazionale, si trova circa 150 km.

Dato che il raggio della Luna è circa 1700 km, si può dire che il calcolo fatto dà una grossolana approssimazione, ma che per un risultato migliore bisognerà tener conto della variazione del campo con la quota.

Il modo migliore è ovviamente la conservazione dell'energia: il risultato è 166 km.

L'enunciato è però difettoso, poiché non specifica il grado di approssimazione richiesto nel risultato.

Inoltre non è probabile che il raggio della Luna sia noto agli allievi...

Confronto con la realtà:

La soluzione numerica di un problema serve come controllo del risultato: i numeri trovati hanno senso? corrispondono a quello che si osserva e/o si misura?

Un esempio (in positivo) può essere il n. 3 (le gocce di pioggia): se si trascura la resistenza dell'aria si ottiene un risultato inverosimile.

In molti casi occorre avere qualche nozione di ordini di grandezza relativi al mondo reale.

Esempi:

- se la gittata di un proiettile risulta di 10000 km (bisogna conoscere le dimensioni della Terra);
- se nel calcolo della distanza di una stella si trova 10^{30} m (bisogna avere un'idea delle distanze nell'Universo).

Confronto con la realtà:

Altro esempio (negativo) è la seguente “missione umanitaria”:

Esempio n. 7 (Caforio–Ferilli: *Fisica* vol. 1).

Un aereo in missione umanitaria vola con velocità costante in direzione orizzontale e sgancia, a un certo istante, un pacco di viveri. Nell'ipotesi che la resistenza dell'aria sia trascurabile, qual è la traiettoria del pacco osservata dal pilota?

Supponiamo che l'aereo voli a quota 706 m alla velocità di 288 km/h e che il pacco di aiuti debba cadere in un prestabilito punto di raccolta a terra. A quale distanza orizzontale dal punto di raccolta deve essere sganciato il pacco?

A conti fatti, si trova che la velocità con cui il pacco arriva a terra è $142 \text{ m/s} = 512 \text{ km/h}$.

Più una bomba che un pacco!

Confronto con la realtà:

Esempio n. 8 (maturità sperim. 1985–3).

Un corpuscolo carico con massa pari a 3 g è tenuto sospeso in aria in un punto P da un campo elettrico uniforme diretto verticalmente, dal basso verso l'alto, del valore di 1000 N/C.

Si vuol sapere quant'è la carica del corpuscolo e di che segno è.

Si spieghi cosa si intende per campo elettrico in P.

Si indichino le due energie potenziali possedute dal corpuscolo, si specifichi in che rapporto stanno e se ne dia una valutazione tenendo conto che il corpuscolo si trova a 100 m sul livello del mare.

Anche in questo caso i numeri sono fuori della realtà.

Lascio a voi i calcoli:

- trovare la carica
- fare una stima ragionevole delle dimensioni del “corpuscolo”
- calcolare il potenziale.

Troverete qualche decina di milioni di volt...

C'è poi qualcosa da dire sulla domanda finale: ci ritorneremo.

Confronto con la realtà:

Esempio n. 9 (esame di Stato “Brocca”, 2002).

Una parte di un circuito (in figura) è costituita da tre resistori ($R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 200 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$) e da un solenoide posto in aria. Questo è lungo 5 cm, ha una sezione circolare di 16 cm^2 ed è formato da 1000 spire di resistenza trascurabile.

Il candidato:

[...]

3. spieghi il concetto d'induttanza e calcoli l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo;

[...]

Cominciamo dall'indicazione che il solenoide è di resistenza trascurabile.

Suggerisco di provare a vedere che filo ci vuole per far entrare 1000 spire in 5 cm, e poi di calcolarne la resistenza.

A meno di non usare un superconduttore, altro che trascurabile: se il filo è di rame, la resistenza risulta oltre 1200 Ω . Si può pensare a un avvolgimento in più strati, ma anche con 10 strati si scende a 12 Ω : non proprio trascurabile rispetto ai resistori assegnati.

“i discorsi nostri hanno a essere intorno al mondo sensibile, e non sopra un mondo di carta”

(Galileo: *Massimi Sistemi*)

Passiamo ora alla formula dell'induttanza.

Al candidato si richiede il calcolo “dopo aver dimostrato come si ricava la formula”.

Ma quale formula, e quale dimostrazione poteva avere in mente l'estensore?

Visto il carattere della prova, è ovvio che dal candidato ci si aspetta:

- a)* che conosca l'espressione del campo magnetico all'interno di un solenoide **in-finito**;
- b)* che sappia che l'induttanza è definita dalla relazione $\Phi = L I$;
- c)* infine che calcoli Φ moltiplicando il flusso concatenato con una spira per il numero di spire.

Si noti la contraddizione logica: si deve pensare a un solenoide infinito (quindi con numero infinito di spire) perché altrimenti non si sa calcolare il campo; poi si deve applicare il risultato a un solenoide che ha un numero finito di spire.

Qualunque fisico maturo sa che se il solenoide è molto lungo, per gran parte della sua lunghezza il campo non differirà apprezzabilmente da quello del solenoide infinito, ecc.

Ma è lecito chiederlo a dei ragazzi alle prime armi?

No problem... La gran parte degli studenti, compresi i più bravi, non si pongono affatto il problema: l'unico insieme di regole che potrebbero usare sono quelle, e quelle usano.

Per loro il campo in un solenoide ha una sola espressione possibile, ecc. ecc. Non importa che il solenoide sia largo quanto lungo, e che quindi il campo all'interno non sia affatto uniforme, e decisamente minore di quello che sarebbe se il solenoide fosse infinito.

(A titolo di curiosità, l'induttanza calcolata come detto sopra riesce sbagliata per un buon 30%.)

Problemi “aperti” e problemi “chiusi”

Un problema aperto **non è un indovinello**: è un problema in cui

- o i dati
- o la situazione
- o le domande
- o più d'una di queste cose

non sono esattamente definite.

Ancora più aperto se ammette sviluppi...

Chiamo *indovinello* un enunciato in cui il problema principale per il solutore sta nell'indovinare che cosa aveva in mente chi l'ha formulato.

Ecco degli esempi in negativo (indovinelli):

Esempio n. 10 (Tipler, *Invito alla Fisica*, vol. I).

È possibile, in linea di principio, che la Terra riesca a sottrarsi all'attrazione gravitazionale del Sole?

Esempio n. 11 (maturità sperim. 1986–3).

Due fili di rame di sezione circolare sono lunghi 8 metri ed hanno diametro pari a 0.2 mm. La resistività del rame è $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \text{ m}$. Si vuol conoscere:

- a) Quali correnti li attraversino se si applica agli estremi di ogni filo la d.d.p. di 12 V.
- b) Se si possano ipotizzare casi in cui le correnti, nella situazione sopra indicata, siano significativamente differenti.
- c) Se si sostituisce il rame con l'alluminio (la conducibilità del secondo è circa i due terzi di quella del primo), come si comportano le correnti nel primo caso.

È la domanda *b)* che riesce oscura: “ipotizzare casi”...

A me è riuscito di fare soltanto un'ipotesi, ma non so proprio se fosse quella che si voleva come risposta...

Come esempi in positivo si possono proporre i nn. 1 e 3 già visti.

Esempio n. 1.

Stimare la velocità di caduta delle gocce di pioggia (ordine di grandezza). Suggerimenti: [...]

Scegliendo una ragionevole altezza delle nuvole e trascurando in un primo tempo la resistenza dell'aria, che velocità si trova? Il risultato indica che ...

Mostrare che se la resistenza dell'aria aumenta con la velocità, certamente le gocce non possono superare una velocità limite. [...]

Esempio n. 3.

Facendo ragionevoli ipotesi sulle dimensioni ecc., calcola la pressione che c'è nella canna di un fucile mentre parte un proiettile.

[...]

Enuncia in modo chiaro i valori dei dati che assumi e i principi fisici dei quali fai uso; descrivi poi il ragionamento che hai fatto.

Problemi belli e problemi brutti

Questa è una distinzione trasversale rispetto alle altre: diciamo “bello” un problema che ci sembra colga bene lo spirito di ciò che riteniamo importante nella nostra visione della fisica; viceversa, un problema “brutto” è uno banale, poco significativo, o che addirittura trasmette un messaggio errato.

Un solo esempio: il n. 8 già citato.

Esempio n. 8.

Un corpuscolo carico con massa pari a 3 g è tenuto sospeso in aria in un punto P da un campo elettrico uniforme diretto verticalmente, dal basso verso l'alto, del valore di 1000 N/C.

[...]

Si indichino le due energie potenziali possedute dal corpuscolo, si specifichi in che rapporto stanno e se ne dia una valutazione tenendo conto che il corpuscolo si trova a 100 m sul livello del mare.

Oltre a presentare una situazione fuori della realtà, questo problema nella seconda parte riflette un'idea di energia che non si può condividere.

Si dimentica che l'energia potenziale è definita a meno di una costante additiva, e che perciò non ha senso parlare di rapporti; inoltre sembra si dia per scontato che lo zero sia “al livello del mare” (anche per il potenziale elettrostatico?).

Si dovrebbe invece mettere in evidenza che solo le variazioni di energia hanno significato, e solo tra queste avrebbe eventualmente senso fare confronti e rapporti.

Come si valuta la soluzione di un problema

Delle molte cose che si potrebbero dire, limitiamoci a una sola.

Una difficoltà che si presenta spesso è: un procedimento è giusto, ma non siamo soddisfatti della spiegazione; le formule sono introdotte senza “giustificarle”, ecc.

Questo equivale a chiedersi: che cosa si può accettare come “comunemente noto”, e quindi non richiede spiegazione?

Esempio n. 12 (maturità sperim. 1983–3).

Un fascio di protoni, ciascuno dei quali possiede un'energia cinetica E_c , è proiettato in un campo magnetico uniforme \vec{B} .

Nell'ipotesi che la direzione del fascio sia perpendicolare a \vec{B} , si determini in funzione di B il raggio e il periodo del moto circolare risultante [...].

Capita spesso che si chieda di determinare il raggio di curvatura della traiettoria di una particella carica in campo magnetico uniforme: se lo studente riporta la formula, che conosce a memoria, che cosa possiamo obiettare?

Forse noi vorremmo che mostrasse di aver capito come si arriva a quella formula; ma allora bisogna chiederlo esplicitamente, o meglio aggiungere una domanda del tipo: “perché nella formula compare la massa della particella?”

In sostanza, spesso le difficoltà nella correzione discendono da difetti nella formulazione del problema.

Che cosa imparare a memoria?

L'argomento precedente si connette anche con l'altro: che cosa lo studente deve sapere a memoria? si possono portare libri all'esame?

Su questo punto, diamo la parola a Rogers:

Per convincere gli studenti che non mi aspetto da loro che sappiano semplicemente mettere certi numeri in certe formule, io uso impegnarmi pubblicamente, all'inizio del corso, che in tutte le prove le formule occorrenti saranno liberamente disponibili. [...]

Ciò nonostante, la matricola diffidente alla vigilia della prima prova impara a memoria

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

e si trova di fronte alle seguenti domande:

“Nella relazione $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

a) che cosa è v_0 ?

b) che cosa esprime $v_0 t$?

c) spiega da dove viene il fattore $1/2$.”

Dunque la formula è data, ma su di essa vengono poste domande "imbarazzanti [...]"

Bibliografia

1. E. Fabri, U. Penco: “Il ruolo del problema nella didattica della fisica”;
La Fisica nella Scuola, suppl. al vol. 27, n. 4 (1994), p. 6.

2. E. Fabri: “Insegnare la fisica ... come fisica”;
L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, vol. 26A-B
(2003), p. 403.

<http://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/varie/matfis.pdf>

La versione stampabile di questo discorso è disponibile in

<http://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/varie/siena3.pdf>