

Insegnare relatività nel XXI secolo

*I principi
della
dinamica relativistica*

Nei principi c'è poco da cambiare rispetto alla meccanica newtoniana.

Il primo (inerzia) resta identico.

Il secondo pure, se lo si scrive nella forma $F = dp/dt$.

Questo è un ritorno a Newton: infatti il suo enunciato del secondo principio è:

$$\textit{mutatio motus} = \textit{vis impressa}$$

dove “motus” è la nostra quantità di moto.

Il terzo (azione e reazione) invece *non vale in questa forma*, ma può essere sostituito dalla *conservazione della quantità di moto*.

Il terzo principio

Per un sistema isolato il principio di azione e reazione (PAR) implica la conservazione della q. di moto, ma *il viceversa non è vero*.

I motivi sono essenzialmente due:

- 1) il PAR non dice solo che le forze sono opposte come vettori, ma anche che *sono sulla stessa retta*
- 2) se il sistema consiste di più di due punti materiali, il PAR vale per *tutte le coppie* azione-reazione, e questo non si può ricavare dalla sola conservazione della q. di moto totale.

Tralascieremo questi problemi, per ragioni didattiche, e perché abbiamo cose più fondamentali di cui occuparci...

Il PAR non vale in relatività

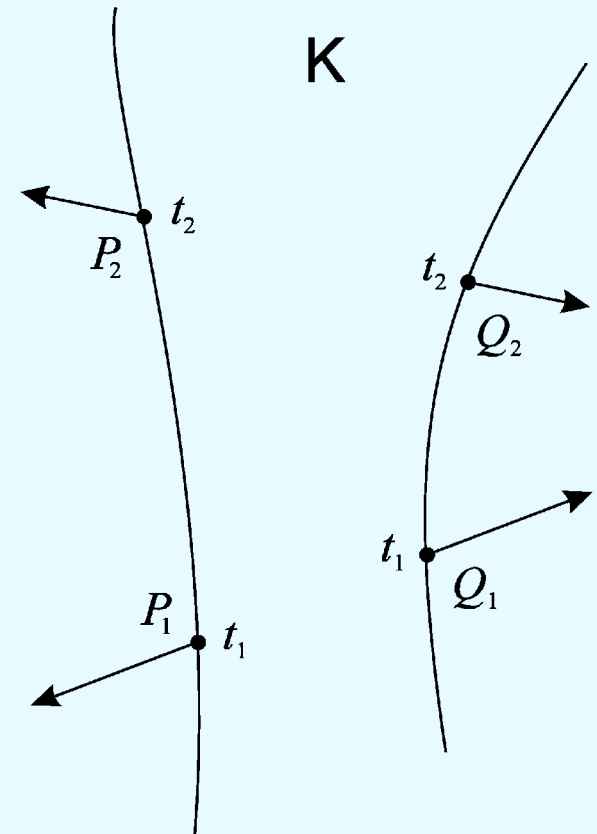
Supponiamo che il PAR sia vero istante per istante in un certo RI che chiamo **K**.

Si abbiano due particelle che si muovono su date traiettorie, e tra loro vi sia un'interazione.

In generale le forze *dipendono dal tempo*, se non altro perché dipendono dalla distanza, che cambia nel tempo.

Gli eventi $A_1 = (P_1, t_1)$ e $B_1 = (Q_1, t_1)$ siano presi *simultanei* in **K**; anche i due eventi $A_2 = (P_2, t_2)$ e $B_2 = (Q_2, t_2)$ siano simultanei.

Allora le forze d'interazione sono sempre tra loro *opposte*, ma diverse in A_1 e A_2 per intensità e direzione.



Se osserviamo lo stesso fenomeno da un altro RI, diciamo K' , grazie al PR anche in K' dovremmo vedere soddisfatto il PAR.

Ma gli eventi A_1 e B_1 , simultanei in K , non lo sono in K' , perché *la simultaneità dipende dal rif.*

(Questo andrebbe dimostrato, e non è difficile; ma purtroppo non possiamo vedere tutto...)

In K' quando la particella A si trova in P_1 la particella B non si troverà in Q_1 , ma in un altro punto.

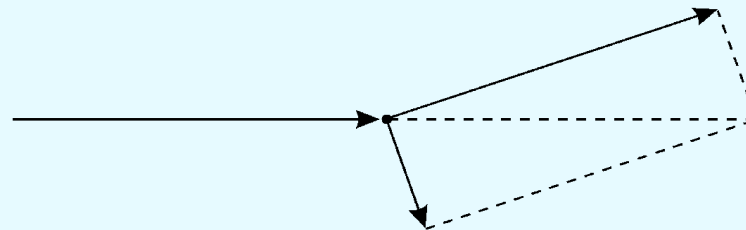
Perciò in K' le forze d'interazione *saranno diverse.*

Relazioni logiche e fatti sperimentali

Il cambiamento essenziale nella dinamica relativistica rispetto a quella newtoniana sta nella diversa relazione tra *energia*, *impulso* e *velocità*.

Ci sono alcune leggi o proposizioni che sono logicamente connesse:

- 1) La legge di “composizione” galileiana delle velocità.
- 2) La legge dell'angolo retto nell'urto elastico tra particelle di ugual massa.
- 3) La relazione $T = p^2/(2m)$.



Ciascuna di queste *implica l'altra*, sotto ragionevoli ipotesi.

Perché le virgolette?

Perché “composizione” tra virgolette?

Perché è un termine improprio, anzi posso dire **infelice**.

Il termine corretto è *trasformazione* ...

Usare “composizione” spinge a credere che l'addizione galileiana sia “logicamente” necessaria, il che è del tutto falso: *solo l'esperimento può dire* quale sia la legge di trasformazione corretta.

Parentesi su “composizione” e “trasformazione”

Il nostro è solo un caso particolare di un problema più generale: *come si trasforma una grandezza fisica nel passare da un rif. a un altro?*

In genere le grandezze relative a una stessa situazione, ma misurate in rif. diversi, *prendono valori diversi.*

Il vantaggio di usare la parola *trasformazione* invece di *composizione*, è che non viene più *naturale* pensare alla *somma* delle velocità.

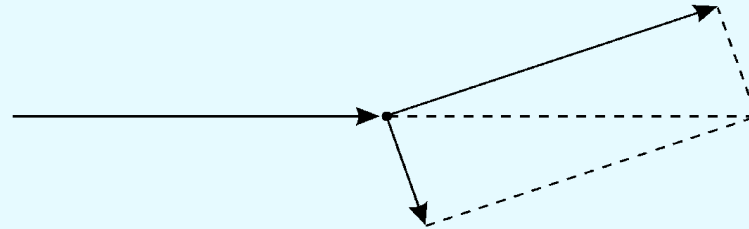
Nella fisica newtoniana, *grazie al tempo assoluto*, si dimostra che la velocità di un corpo nel secondo rif. è la *somma* della velocità del corpo nel primo rif. più la velocità del primo rif. rispetto al secondo.

Ma se il tempo non è più assoluto, la dimostrazione non vale più, anche se *una legge di trasformazione* (al momento sconosciuta) *esiste sempre.*

Riprendiamo il filo...

Ci sono alcune leggi o proposizioni che sono logicamente connesse:

- 1) La legge di “composizione” galileiana delle velocità.
- 2) La legge dell'angolo retto nell'urto elastico tra particelle di ugual massa.
- 3) La relazione $T = p^2/(2m)$.



Ciascuna di queste *implica l'altra*, sotto ragionevoli ipotesi.

Purtroppo occorre riassumere il ragionamento.

Si procede così:

a) La legge dell'angolo retto segue dalla relazione newtoniana tra impulso ed energia cinetica, e viceversa.

b) La legge dell'angolo retto segue dalla “composizione” galileiana, e viceversa.

c) Ci sono *evidenze sperimentali* che vanno contro la legge dell'angolo retto.

(A partire dai primi esperimenti in camera di Wilson, dove si vede che l'urto di due elettroni, di cui uno fermo, produce in uscita traiettorie che formano un angolo acuto.)

d) Il tempo *non è assoluto*, quindi la dimostrazione classica della legge dell'angolo retto non vale.

e) Esiste una *velocità limite* per una particella, e ciò è *incompatibile* con la relazione newtoniana tra impulso ed energia cinetica.

La velocità limite

Se la relazione newtoniana tra impulso ed energia cinetica (e quindi anche quella tra velocità e impulso) fosse esattamente valida a qualunque velocità, si potrebbe accrescere *senza limiti* la velocità di una particella cedendo-
le *sufficiente energia*.

Per es. basterebbe accelerare un elettrone in un potenziale di 250 kV per fargli raggiungere la velocità della luce.

L'esperimento dimostra che ciò non accade: anche con energia di diversi MeV l'elettrone ha sempre velocità minore di c .

Conclusione provvisoria

Abbiamo dunque diverse prove sperimentali che le leggi newtoniane:

$$p = mv \quad T = p^2/(2m)$$

non sono valide quando v non è trascurabile rispetto a c , e in generale *non sono compatibili con la relatività*.

Ma quali sono le relazioni relativistiche corrette?

Si può dimostrare (in base alla conservazione della q. di moto negli urti) che l'espressione per p è

$$p = mv\gamma.$$

Quanto all'energia cinetica, si dimostra

$$T = E - mc^2$$

dove E è definita come

$$E = mc^2\gamma$$

La relazione più importante della dinamica relativistica

Dalle due relazioni

$$p = mv\gamma \quad E = mc^2\gamma$$

si ricava facilmente

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4.$$

Questa relazione, che lega energia, impulso e massa, è di gran lunga *più importante* delle due precedenti.

Sia dal punto di vista *pratico* (utilità nei calcoli) sia da quello *concettuale*.

Esprime infatti l'esistenza di un *invariante*, costruito a partire da E e da p .