

## 6. Le lenti

*Mentre parlava, trasse di tasca un metro  
e una grossa lente d'ingrandimento rotonda.  
Armato di quei due strumenti ...*

A. Conan Doyle: *Uno studio in rosso*.

### La lente d'ingrandimento

Ecco un altro esempio classico dove le formule sono un conto, e ciò che si vede può essere tutt'altro: vediamo.

Certi libri danno una formula per l'ingrandimento:  $G = d/f$ , dove  $d$  è la "distanza della visione distinta" (circa 25 cm). Ma la formula è assurda, perché dice che se  $f > d$  la lente impiccolisce! Una formula più sensata è  $G = 1 + d/f$ , che dà sempre  $G > 1$ ; fra poco la giustificheremo (sempre con le dovute cautele).

#### *Parentesi sui segni*

La ben nota formula per le immagini reali è  $1/p + 1/q = 1/f$ . Qui  $p$  e  $q$  sono positive, ma oggetto e immagine si trovano da lati opposti della lente. Per l'immagine virtuale invece si scrive di solito  $1/p - 1/q = 1/f$ : ancora  $p$  e  $q$  sono positive, ma oggetto e immagine stanno dalla stessa parte. È questo un classico esempio di una pessima abitudine, tipica della s.s., di non usare le grandezze con segno e i segmenti orientati. Per inciso, la pratica non riguarda soltanto l'ottica: potrei fare esempi in meccanica, termodinamica ... (ma allora a che serve insegnare che esistono i numeri negativi?)

Occorrerebbe invece procedere (come si fa nell'ottica "seria") al modo seguente: assumiamo come verso positivo dell'asse  $x$  quello in cui si propaga la luce (fig. 6-1). Allora la formula è sempre

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f}. \quad (6-1)$$

Per l'oggetto, che sta *prima* della lente, sarà sempre  $p < 0$ ; per l'immagine reale  $q > 0$  quindi (fig. 6-2)

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{|p|} + \frac{1}{f}$$

ossia

$$\frac{1}{|p|} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}.$$

Per quella virtuale  $q < 0$  e allora (fig. 6-3)

$$-\frac{1}{|q|} = -\frac{1}{|p|} + \frac{1}{f}$$

che equivale a

$$\frac{1}{|p|} - \frac{1}{|q|} = \frac{1}{f}.$$

### L'ingrandimento

Il ragionamento per l'ingrandimento è questo: si sceglie  $p$  in modo che l'immagine sia alla distanza  $d$  della visione distinta dall'occhio. Ma dove mettiamo l'occhio? Se lo mettiamo nel secondo fuoco, allora l'angolo sotto cui si vede l'immagine (fig. 6-4) è  $h/f$  (approssimazione valida per  $h \ll f$ , ossia per angolo piccolo). Senza lente, con l'oggetto alla distanza  $d$ , l'angolo è  $h/d$ . L'ingrandimento è il rapporto di questi angoli, e vale  $d/f$ .

Se invece mettiamo l'occhio subito dietro la lente (fig. 6-5), come è più naturale, l'angolo è  $h/p = h/q + h/f$ , dove  $q = d$ . L'ingrandimento viene quindi  $1 + d/f$ . Ma spesso la lente si usa in altri modi. In generale, se assumiamo che in assenza di lente l'oggetto venga posto alla distanza  $d$ , e che in presenza di lente si aggiustino le distanze in modo che l'immagine si trovi ancora alla distanza  $d$ , l'ingrandimento è sempre

$$G = \frac{h'}{h} = \frac{q}{p} = 1 + \frac{q}{f}.$$

*Esempio:* lente da orologiaio.  $f = 6$  cm,  $q = d - a$ , dove  $d = 25$  cm,  $a = 3$  cm. Come vedete, qui l'occhio non sta nel secondo fuoco, ma neppure subito dietro la lente: sta a metà strada. Applicando la formula generale:  $G = 1 + 22/6 = 4.7$ .

*Morale:* *Non dare mai formule senza chiarirne le condizioni di validità.*

### Dove sta l'immagine?

Questo è il vero problema, e siamo d'accapo: se intendiamo quella dell'ottica geometrica non c'è dubbio: il conto si fa al solito modo. Ma questo non vuol dire che noi la vedremo lì! Ricordate sempre: il cervello *non conosce l'ottica geometrica, e non è tenuto ad applicarla.*

La prova si fa facilmente con una lente, specialmente di focale lunga (30 cm o più), guardando un oggetto che sta su un tavolo (fig. 6-6). Comunque si muova la lente, noi continuiamo a vedere l'oggetto *sul* tavolo, non in un "pozzo," anche quando l'immagine virtuale starebbe a qualche metro dall'occhio.

Peggio: mettete la lente davanti a un occhio, e guardate un oggetto lontano. Allora l'immagine dell'ottica gaussiana sarà reale, capovolta, e posta dietro la vostra testa (fig. 6-7); ma che cosa vedete in realtà? La risposta è che continuate a vedere l'oggetto davanti a voi, dritto, anche se più o meno "sfocato." È sfocato perché l'occhio non riesce a far convergere i raggi sulla retina; ma la stima della distanza è fatta in base ad altre informazioni: le dimensioni dell'oggetto (se sono note), la posizione di altri oggetti (tavolo, pareti ...).

## A che serve la lente d'ingrandimento?

Ho già nominato (senza definirla) la “distanza della visione distinta.” Questa è la distanza minima alla quale si riesce a mettere a fuoco un oggetto senza sforzo. Il punto nel quale si trova l’oggetto si chiama *punto prossimo*. Per un occhio “normale” si assume di solito che il punto prossimo sia a 25 cm dall’occhio, ma ci sono molte variazioni individuali:

- per i bambini  $d$  è minore, anche molto
- anche per i miopi è minore (per un motivo diverso)
- per un presbite è maggiore, anche molto
- lo stesso per un ipermetrope, ma anche qui la ragione è diversa.

Ora, se si vogliono vedere piccoli particolari di un oggetto occorre guardarlo da vicino, quanto più è possibile. A titolo di orientamento, osserviamo che un’acuità visiva di  $1'$  (piuttosto ideale) permette di risolvere 0.3 mm alla distanza di un metro, ma 0.03 mm a 10 cm.

Converrebbe quindi portare l’oggetto a 10 cm, ma l’occhio nudo, a meno che non sia quello di un bambino piccolo, non riesce a mettere a fuoco così vicino! (fig. 6–8). In questi casi riesce comodo usare le diottrie, ossia l’inverso della distanza misurata in metri. La distanza della visione distinta equivale a 4 diottrie, mentre un oggetto a 10 cm significa 10 diottrie: ne mancano 6. Occorre quindi una lente di potenza 6 diottrie, ossia di distanza focale  $1/6$  di metro, pari a circa 17 cm.

Perché questa “contabilità” con le diottrie? La giustificazione sta nella (6–1), che mostra appunto come gli inversi delle distanze si sommino semplicemente.

Allora: qual è la vera funzione di una lente d’ingrandimento? Il modo più semplice di dirlo è che essa “aiuta” cristallino ecc. a far convergere i raggi sulla retina anche se l’oggetto è molto vicino all’occhio, dove senza lente non potremmo vederlo distinto. Che poi lo si veda ingrandito, dipende semplicemente dal fatto che sta vicino...