

Eulero fisico

Cenno storico

Leonhard Euler (1707-1783) nasce a Basilea, in Svizzera, ma trascorre gran parte della sua attività scientifica a Berlino e a S. Pietroburgo (Federico II di Prussia e le due Caterine di Russia).

Il '700 è il secolo dell'illuminismo e delle “monarchie illuminate”.

L'Inghilterra è la massima potenza coloniale e marittima.

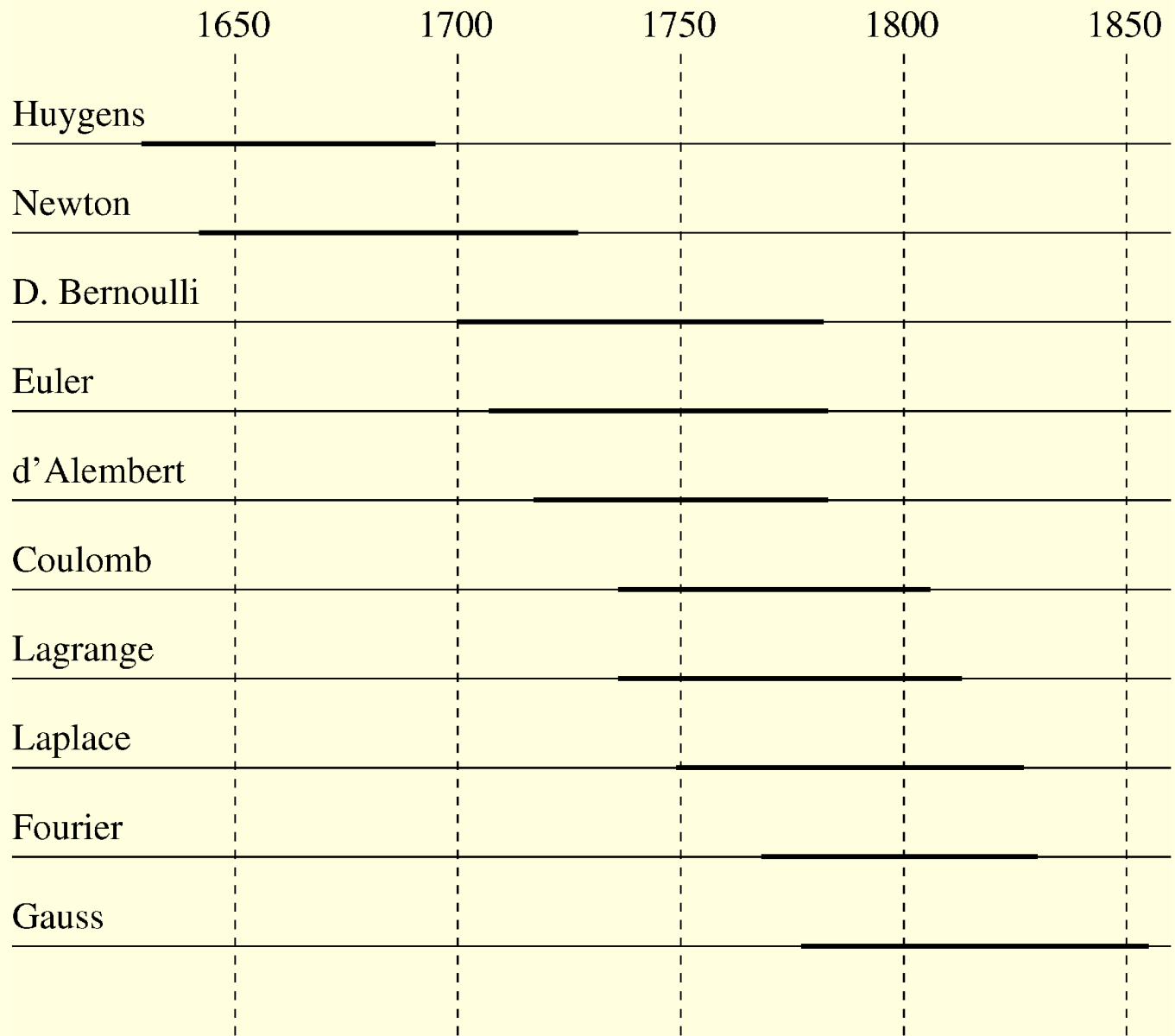
È anche il secolo in cui si ha un grande sviluppo della matematica e della fisica.

Eulero fu grandissimo scienziato, soprattutto grandissimo matematico: certamente il maggiore del '700 e secondo molti non solo di quel secolo.

(La raccolta completa delle opere di Eulero occupa 73 volumi.)

La matematica di Eulero è particolare, e forse non vi dispiacerebbe...

Ma qui debbo parlare di Eulero fisico.



Le “Lettere a una principessa tedesca”

Una delle sue opere più conosciute a quel tempo sono le *Lettere a una principessa tedesca su diversi argomenti di fisica e di filosofia*, scritte nel 1760-1762.

Eulero era stato assunto a Berlino del Margravio di Brandeburgo per fornire un'istruzione scientifica a Sofia Federica Carlotta Leopoldina di Brandenburg-Schwedt, figlia del margravio.

Durante la Guerra dei Sette Anni la famiglia del margravio si rifugiò a Magdeburgo, ed Eulero continuò l'istruzione della principessa per via epistolare.

Le lettere sono 234, e trattano dei più diversi argomenti, come si legge nel titolo.

La condizione dello scienziato

Era del tutto diversa da quella di oggi: non esistevano istituzioni pubbliche che garantissero stipendi e fondi agli scienziati.

Ciascuno doveva trovarsi un “protettore”: un re, principe o granduca, che magari lo assumeva come precettore per i propri figli.

Infatti non esistevano scuole pubbliche, e chi ne aveva i mezzi affidava l'istruzione dei figli appunto a insegnanti privati, di maggiore o minore qualità a seconda dei mezzi disponibili.

L'alternativa per i ragazzi brillanti ma di condizione modesta o povera erano le scuole religiose e carriera ecclesiastica.

Un esempio:

“Sono però piuttosto imbarazzato per trovare una materia che sia degna dell'attenzione di Vostra Altezza.” (lettera 155)

Il cannocchiale

Sapete che il cannocchiale viene inventato alla fine del '500, e viene portato al livello di strumento scientifico da Galileo (1609).

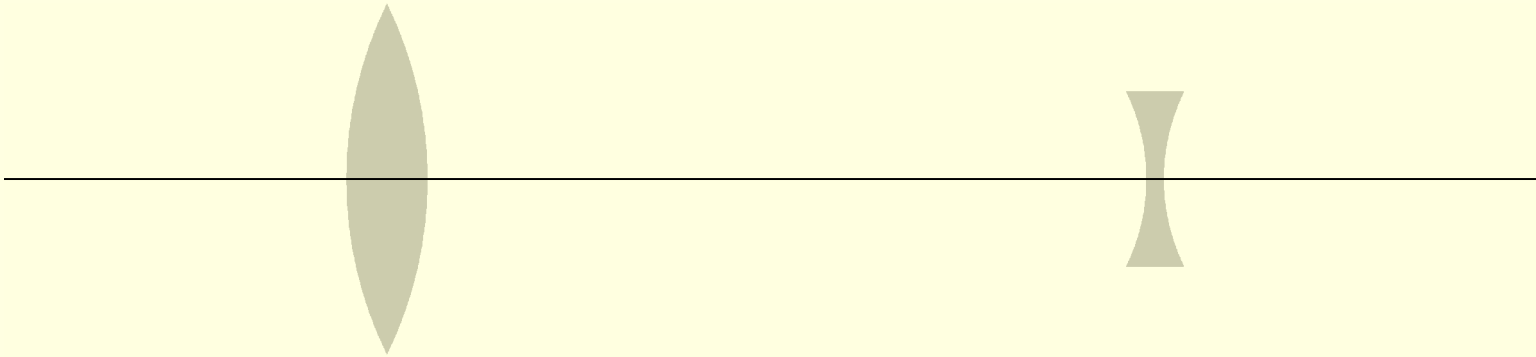
La prima spiegazione del funzionamento del cannocchiale è dovuta però a Keplero.

Per varie ragioni il cannocchiale kepleriano è migliore.

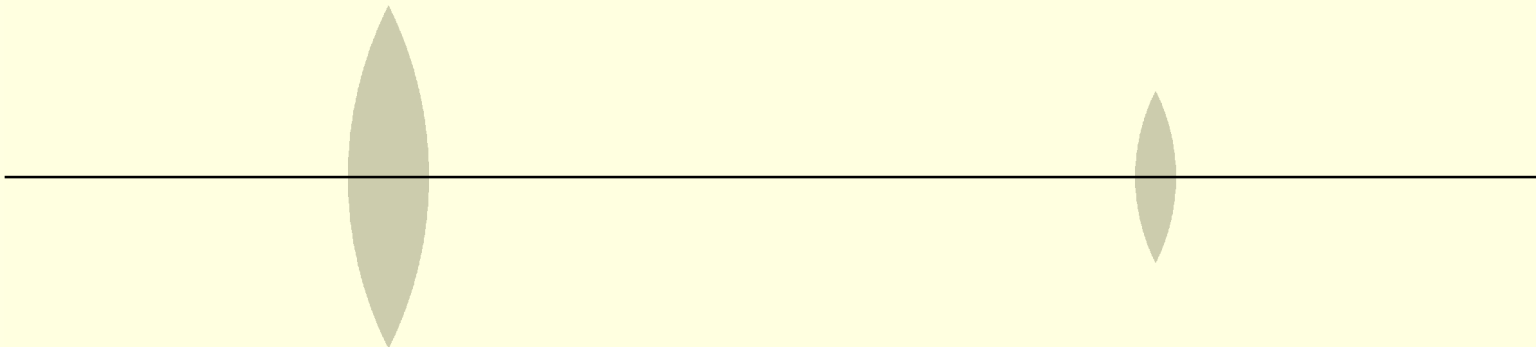
Fa vedere capovolto, il che per l'astronomia non è un problema, ma per l'uso terrestre sì.

Tuttavia si risolve con lenti aggiuntive o con prismi.

Il cannocchiale galileiano



Il cannocchiale kepleriano



Il cannocchiale e le aberrazioni

Difficoltà reali dei cannocchiali a lenti sono le *aberrazioni*, soprattutto *sferica e cromatica*.

Per tenerle in limiti tollerabili sembrava che l'unica soluzione fosse di usare lenti piccole e di lunga focale, con evidenti svantaggi pratici.

Avere cannocchiali di buona qualità e maneggevoli era assai importante soprattutto per le applicazioni navali (commerciali e militari).

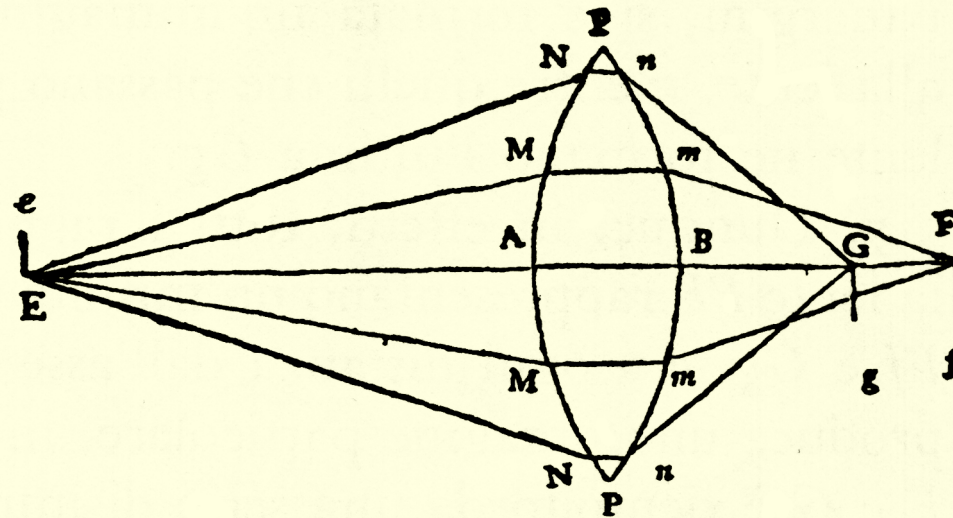
Il problema era molto sentito in Inghilterra.

L'aberrazione sferica

Consiste nel fatto che i raggi partenti da una sorgente puntiforme sull'asse *non convergono in uno stesso punto*.

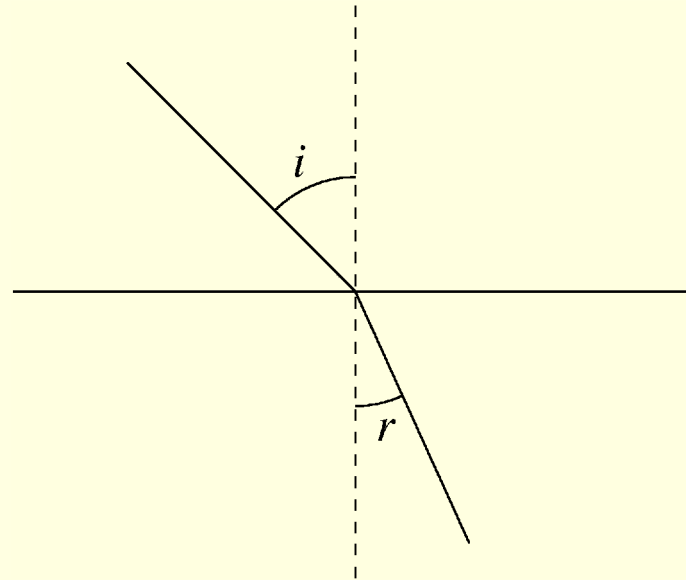
Ciò è vero solo approssimativamente, per lenti di piccola apertura.

La figura qui sotto si trova nella *Lettere* di Eulero.



L'aberrazione cromatica

Un grave ostacolo alla costruzione di un buon cannocchiale sta nella *dispersione* della luce, ossia nel fatto che l'*indice di rifrazione* di qualsiasi mezzo *varia con la lunghezza d'onda*.

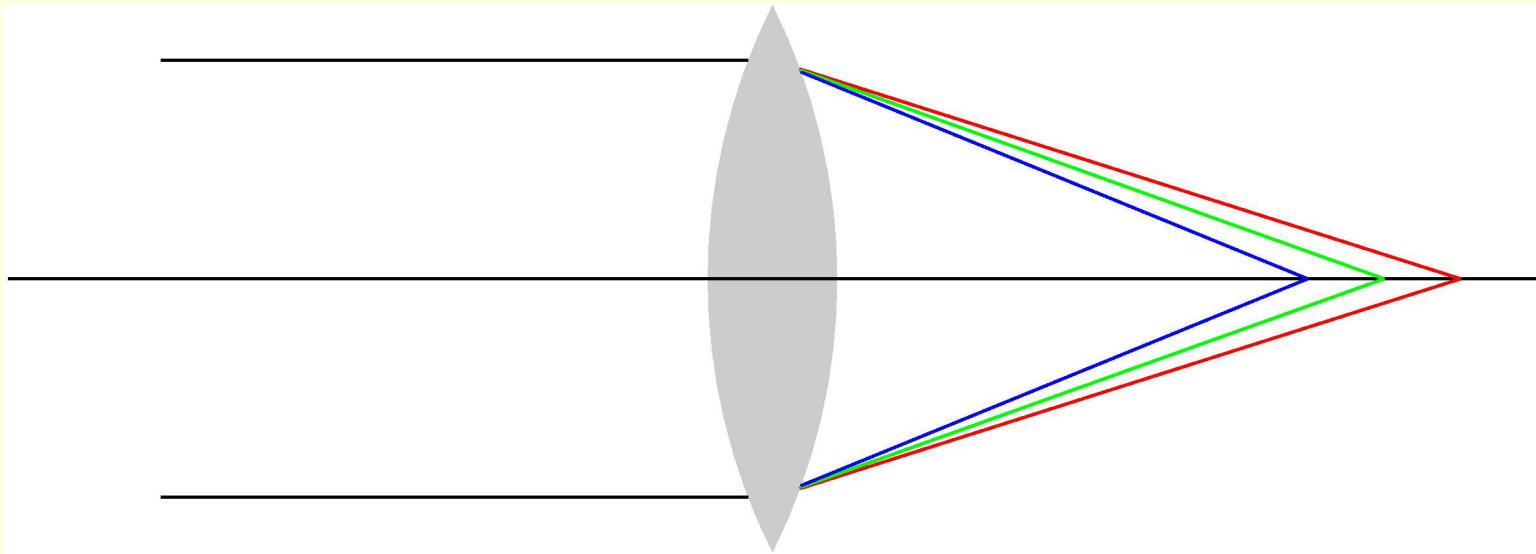


Legge di Snell: $\sin i / \sin r = n$ (indice di rifrazione).

La conseguenza è che la lunghezza focale di una lente è diversa per le diverse lunghezze d'onda.

Quindi *non è possibile mettere a fuoco* con un cannocchiale allo stesso tempo *i diversi colori* della luce emessa da un oggetto.

Gli oggetti osservati appaiono così dotati di un *alone colorato*.



L'aberrazione cromatica si può riassumere in un *indice di dispersione*

$$\nu = \frac{n_B - n_R}{n_G - 1}.$$

Le misure di Newton sembravano indicare che ν fosse lo stesso per diversi vetri. Se fosse così *non ci sarebbe speranza* di correggere l'aberrazione cromatica, anche combinando lenti fatte di vetri diversi.

È per questo motivo che Newton abbandonò i cannocchiali a lenti, e inventò il *telescopio a riflessione*, che da allora domina il campo dell'astronomia.

Brevissima storia della luce

Alla fine del '600 esistono due teorie contrapposte sulla natura della luce: quella *ondulatoria* di Huygens e quella *corpuscolare* di Newton.

La prima richiede un “mezzo” in cui le onde di propaghino, ed è quindi coerente con la fisica *cartesiana*.

La seconda invece è compatibile col vuoto e con la fisica *newtoniana*.

Nel '700 la fisica newtoniana, grazie al trionfo nella meccanica del sistema solare, è accettata dalla stragrande maggioranza dei fisici, e quindi la luce è vista come *fatta di particelle*.

Sappiamo che questo punto di vista verrà ribaltato nell'800, a causa della scoperta e dello studio dell'*interferenza* e della *diffrazione*.

Ne segue la rivalutazione del “mezzo sottilissimo” che pervade tutto lo spazio, il famoso “etere”.

Questa concezione verrà di nuovo abbandonata solo dopo l'opera di Einstein, a inizio '900.

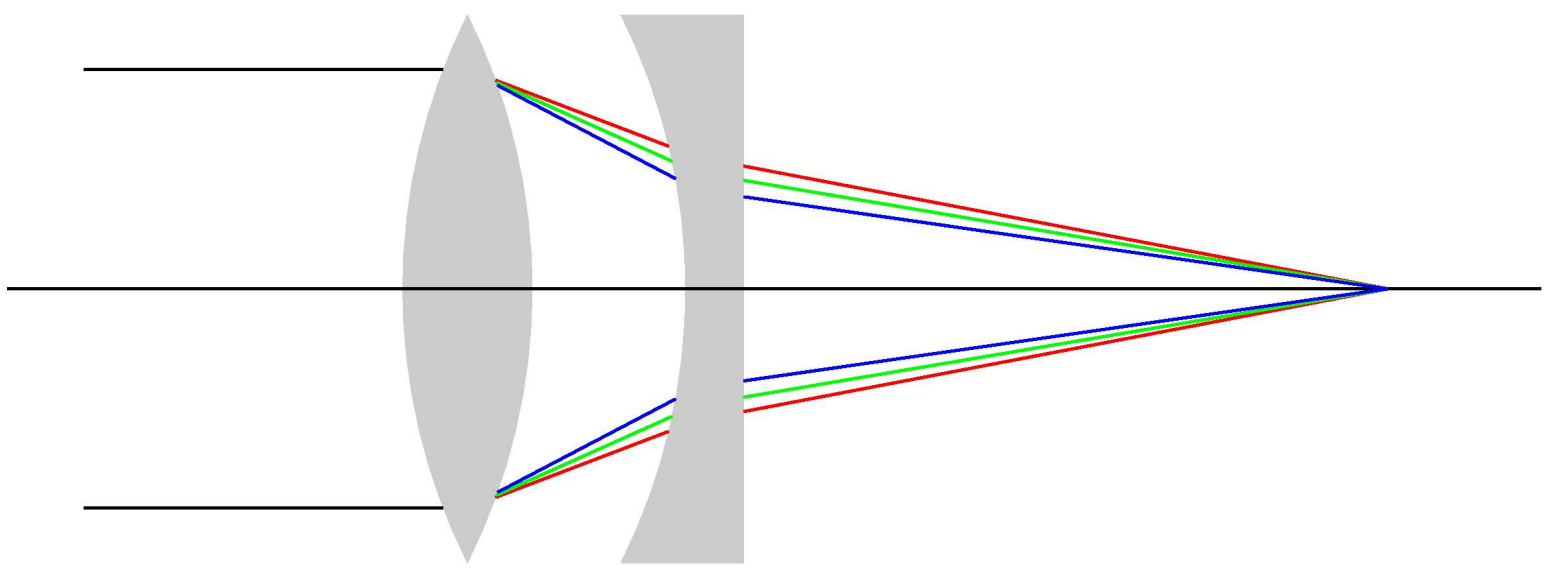
Il doppietto acromatico

Eulero in materia di luce è controcorrente: è un cartesiano, e come Cartesio nega che esista uno *spazio vuoto*.

Questo lo porta a un modello “elastico” della luce.

Nel 1747, sulla base del suo modello elastico, E. afferma che deve essere possibile realizzare un doppietto acromatico usando *due mezzi diversi*.

In seguito fa vedere che col doppietto è anche possibile correggere l'aberrazione sferica.



Già nel 1733 **Hall** (inglese) era riuscito a realizzare lenti che riducevano molto l'aberrazione cromatica, ma non si era curato di rendere noti i suoi risultati, che vennero conosciuti molto tempo dopo.

Eulero invece non riesce a realizzare il doppietto acromatico, a suo dire a causa dei difetti di lavorazione delle lenti di cui disponeva.

Inizia una complessa discussione tra Eulero e **Dollond** (un geniale ottico pratico inglese).

In un primo tempo Dollond presta fede alle misure di Newton, ma poi le ripete in modo più accurato e si accorge che Eulero ha ragione.

Nel 1758 realizza il suo primo *doppietto acromatico*.

Commento sulla non linearità della scienza

Questa storia è istruttiva perché mostra come la scienza proceda spesso in modo non lineare.

Newton sbaglia le misure sulla dispersione, ma questo lo porta a inventare il telescopio a riflessione.

Eulero ha delle idee “arretrate” (cartesiane) e per questo motivo non presta fede a Newton.

Fa un modello che oggi sappiamo sbagliato, e che però lo porta a prevedere la possibilità di realizzare doppietti acromatici.

Dollond inizialmente accetta i risultati di Newton, ma poi ripete le misure e trova che Eulero ha ragione.

Con questo il problema del doppietto acromatico è risolto.

Però...

Il problema del flint

Però in pratica si presentava una difficoltà.

Ecco cosa dice Eulero nella *Lettera 215*:

Ne detti le prime idee molti anni fa, e da allora i più esperti artigiani, in Inghilterra e in Francia, lavorano nel tentativo di realizzarli [...]

L'anno passato però, la Società delle Scienze di Londra ha annunciato che un abilissimo artigiano di nome Dollond, ne era venuto facilmente a capo [...]

Ma qual era il problema?

Nient'altro che la fabbricazione di un vetro con le qualità adatte: quello poi universalmente noto come “flint”.

A quei tempi molte tecniche di fabbricazione (il vetro, ma anche l'acciaio, ecc.) erano completamente *empiriche*: la scienza non era ancora sufficientemente sviluppata per fornire regole precise.

Realizzare masse di vetro omogenee, prive di difetti, con le proprietà ottiche volute, era solo frutto di *sapienza artigiana*, di scoperte a volte casuali e sempre tramandate nelle botteghe e nelle officine, di padre in figlio.

Di fatto la *ricetta* per avere un buon flint rimase a lungo *segreto* della famiglia Dollond, nonostante i tentativi di “spionaggio industriale” messi in opera dei francesi.

(Vi ho già ricordato il *valore commerciale e militare* che aveva il possesso di buoni cannocchiali marini...)

Sembra che almeno in parte il vantaggio inglese derivasse dall'uso, per alimentare i crogioli, di *carbon fossile* al posto del *carbone di legna*; uso dovuto a sua volta all'estesa deforestazione della Gran Bretagna...

Eulero e la meccanica

I contributi di Eulero alla meccanica sono stati molti e fondamentali.

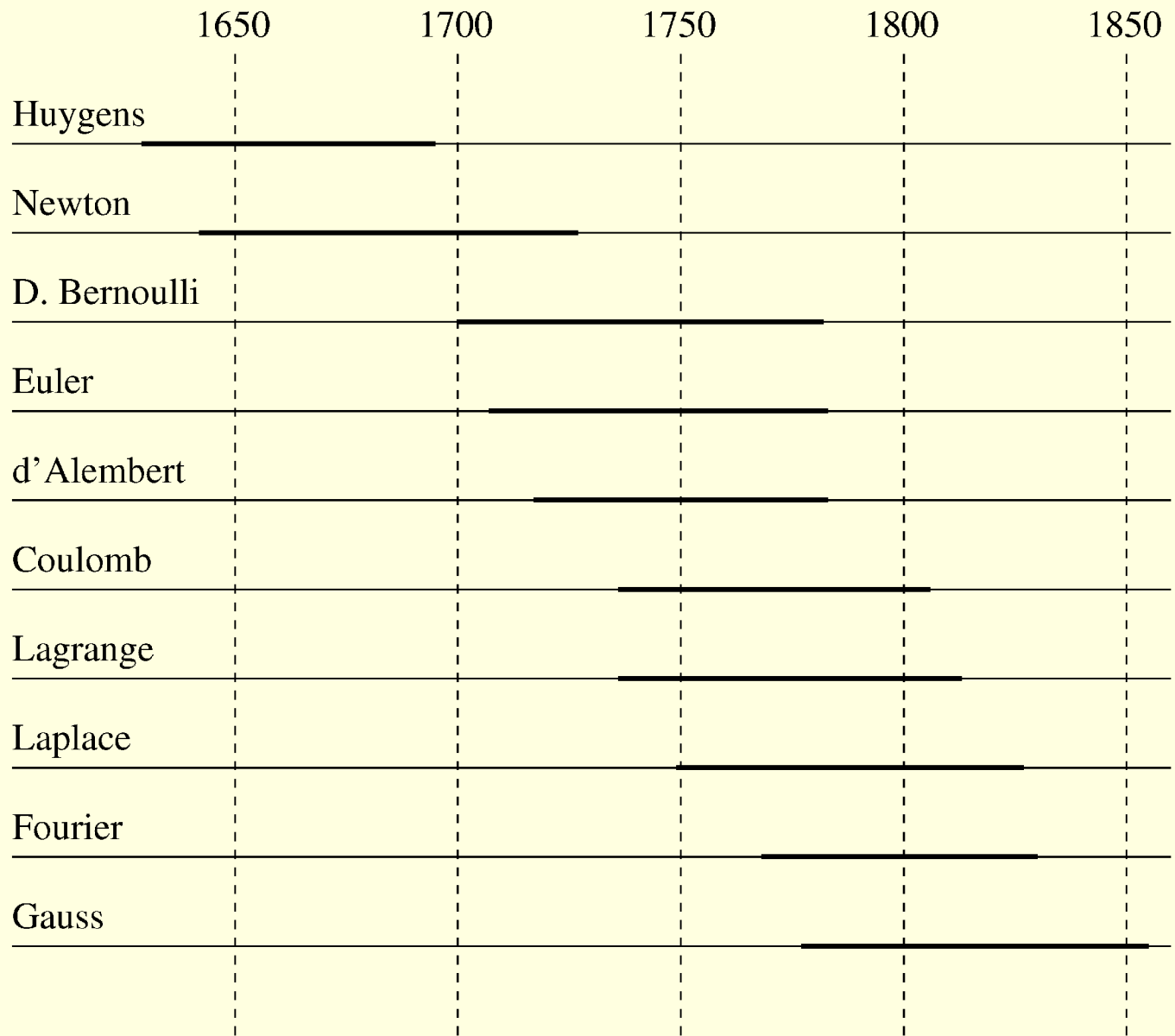
Per fare un esempio, sembra che sia stato il primo a scrivere $F = m a$.

L'applicazione principe della meccanica era il moto dei *corpi celesti* (pianeti, comete).

Basti ricordare la previsione del ritorno della *cometa di Halley* (1682-1758).

La meccanica (in particolare la meccanica celeste) si sviluppa per tutto il '700: in gran parte per opera di Eulero nascono la meccanica dei *corpi rigidi* e la meccanica dei *fluidi*.

Non dimentichiamo però il contributo di altri grandi: D. Bernoulli, d'Alembert, Lagrange, Laplace...



Forma e moto della Terra

Una delle più importanti scoperte di Eulero è il *moto dei poli* della Terra.

Ma facciamo un passo indietro.

Ai tempi di Newton era ancora aperto il problema della *forma della Terra*: è sferica, allungata, schiacciata?

Le misure avevano dato dapprima risultati discordanti, mentre Newton era sicuro che a causa della rotazione la Terra dovesse essere *schiacciata*, e aveva anche stimato la differenza tra *raggio equatoriale* e *raggio polare* (che è circa 21 km).

Come si misura la forma della Terra?

Un metodo è semplice da descrivere, anche se indiretto: basta misurare il valore dell'accelerazione di gravità in località a latitudini diverse.

Se la Terra è schiacciata, g sarà minore vicino all'equatore e maggiore vicino ai poli.

Un altro metodo, puramente geometrico, non lo posso descrivere per ragioni di tempo...

Ai tempi di Eulero il problema era ormai risolto: Newton aveva ragione, la Terra è *schiacciata ai poli*.

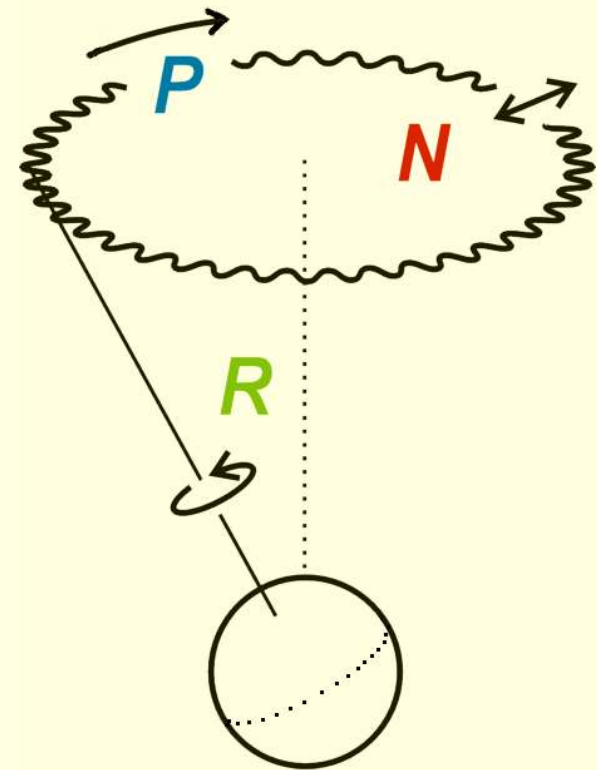
La precessione

La *precessione degli equinozi* era nota da molto tempo: Ipparco, 130 a.C.

Nel sistema geocentrico l'interpretazione della precessione è complicata, mentre è assai più semplice in quello *eliocentrico*, come dimostrò Copernico.

L'asse di rotazione della Terra *non conserva orientamento costante* nello spazio, ma descrive un cono con un periodo di quasi 26000 anni.

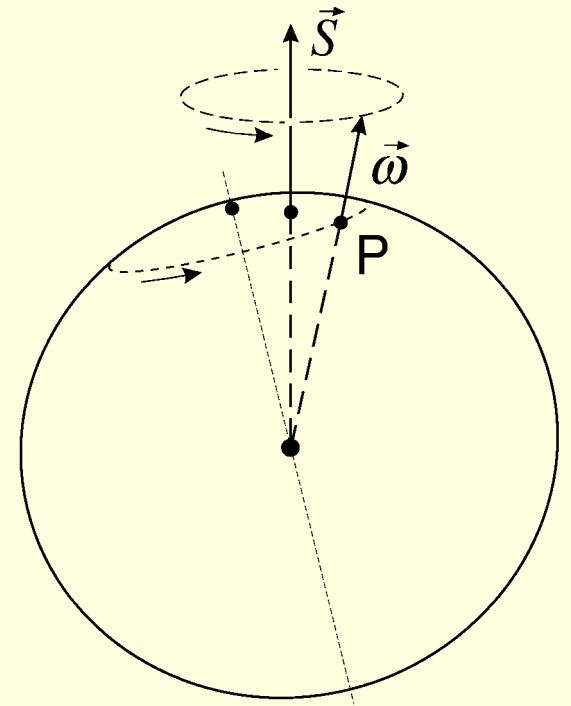
La spiegazione l'aveva data Newton: il moto dell'asse terrestre è causato dall'azione gravitazionale del Sole e della Luna sulla Terra non sferica, ma schiacciata.



Il moto del polo

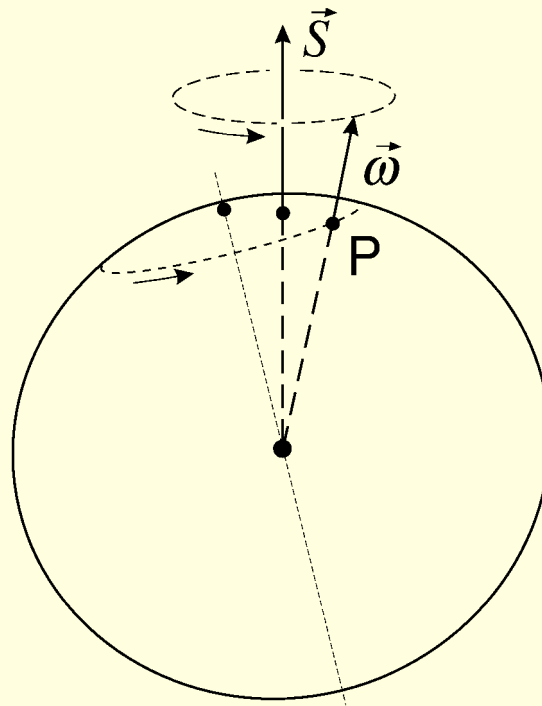
Dunque se la Terra fosse isolata nello spazio (niente Sole e Luna) l'*asse di rotazione* coinciderebbe con l'*asse di figura* della Terra (che allora era ritenuta un *ellissoide di rotazione*) e manterrebbe orientamento fisso?

Così si credeva, ma Eulero dimostra che la situazione in generale può essere più complicata: l'asse di figura e l'asse di rotazione possono non coincidere, ma in tal caso entrambi ruotano attorno a un vettore \vec{S} (il *momento angolare* della Terra).



Di conseguenza il punto P, che è il *vero Polo Nord*, ossia il punto in cui l'*asse istantaneo di rotazione* interseca la superficie terrestre, descrive una circonferenza intorno all'asse di simmetria della Terra.

Dalla teoria di Eulero si ricava anche il periodo del moto: circa **304** giorni. Questo si chiama ... “periodo di Eulero”.



Dalla teoria alla realtà

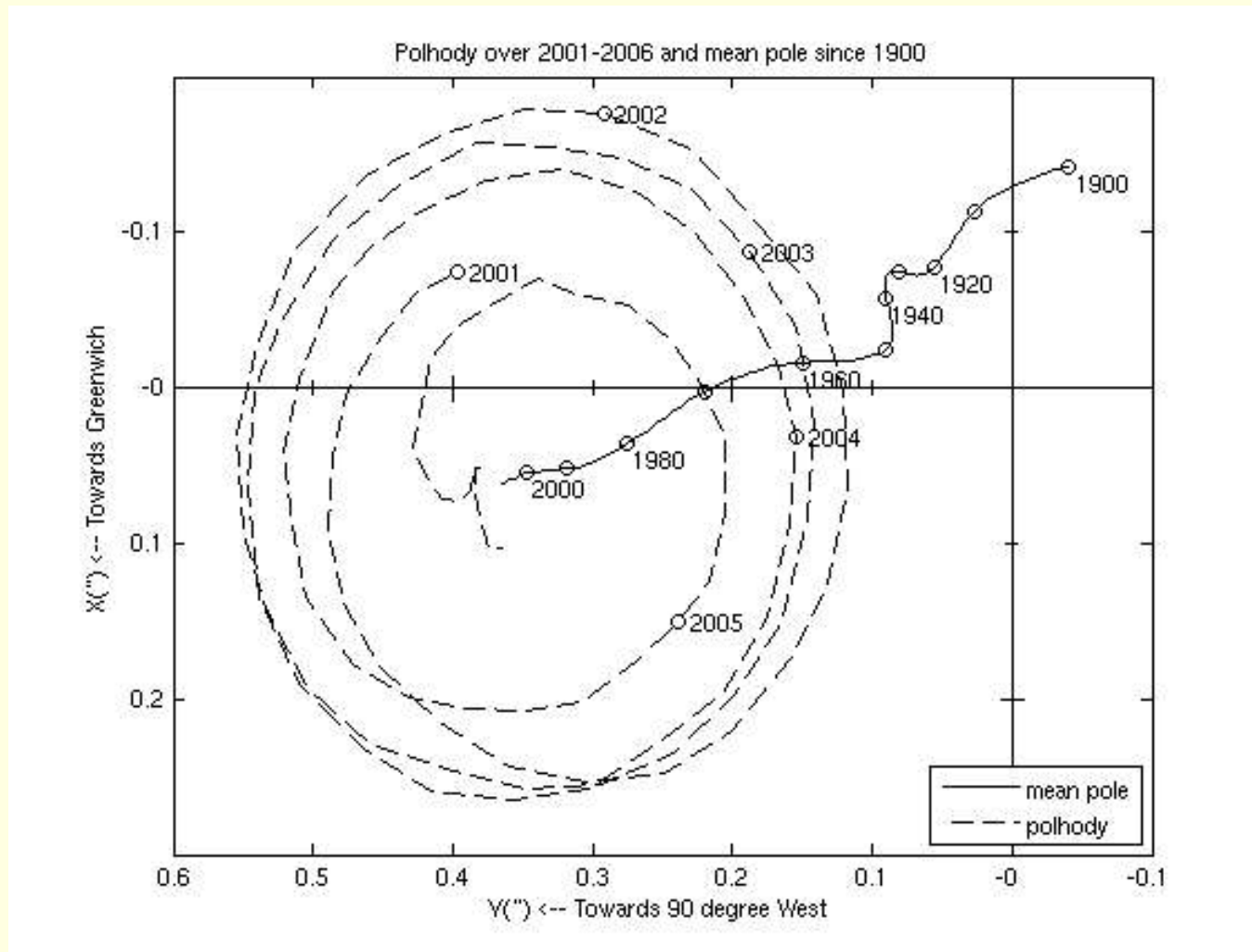
Come si può osservare il moto del polo?

Il modo più semplice è questo: se il polo si sposta sulla superficie della Terra, per un punto *fisso* su di essa si troverà una *latitudine variabile nel tempo*.

La prima osservazione fu fatta da Brioschi, all'Osservatorio di Capodimonte, nel 1820.

L'osservazione fu poi confermata da Bessel e da Airy. Si deve però arrivare alla fine del secolo per avere osservazioni concordi e sufficientemente accurate.

Nel 1898 vengono istituite una serie di stazioni dedicate allo scopo: una si trova a Carloforte (CA). Risultato: il moto del polo è confermato senza alcun dubbio; il diametro della “circonferenza” è vicino a 15 metri.



Il problema sta nel periodo, che *non torna affatto* con quello previsto da Eulero, ma è *parecchio più lungo*: circa **420** giorni (*periodo di Chandler*) anziché 304.

Forse Eulero aveva sbagliato i calcoli?

La risposta viene data da Newcomb e Love: la teoria di Eulero suppone una Terra *rigida*. Se si tiene conto che lo spostamento dell'asse di rotazione implica anche una *deformazione elastica*, si spiega l'allungamento e il periodo osservato *torna anche quantitativamente*.

Un “genio conservatore”, o il primo fisico teorico?

È assai difficile racchiudere una personalità ricca e complessa come quella di Eulero in una definizione.

Le due che ho messo nel titolo potrebbero applicarsi entrambe per certi versi, anche se sono quasi contraddittorie...

Per un verso, Eulero *introduce idee nuove*, come nella dinamica dei fluidi e dei corpi rigidi, nell'elasticità, nelle onde (acustica).

Dà una base solida all'uso dei *principi variazionali*, che da allora hanno conservato larghissima applicazione in fisica.

Si può dire che con Eulero nasce la *fisica matematica*, ma meglio sarebbe dire la *fisica teorica*; nel senso di una fisica solidamente fondata su basi matematiche, ma senza la *minima preoccupazione di rigore*: quello che conta è arrivare ai risultati.

D'altra parte Eulero è indiscutibilmente un *genio*, però con un fondo *conservatore*.

Non partecipa alle ricerche, allora in corso, sulla natura del calore o dell'elettricità: condivide l'idea dell'elettricità come fluido, ma senza discuterne. Accetta la meccanica newtoniana, anzi l'approfondisce e la precisa dal punto di vista matematico.

Però in materia di luce e di gravità sta dalla parte di *Cartesio*, contro *Newton*.

In generale, tende più a sviluppare *teorie esistenti*, facendo uso della sua straordinaria abilità matematica, che non a proporre *nuove leggi, nuovi principi*.