

Che cosa si vedeva con l'occhiale

*Analisi dei dati  
del "Sidereus Nuncius"*

S I D E R E V S  
N V N C I V S

MAGNA, LONGEQVE ADMIRABILIA  
Spectacula pandens, suspiciendaque proponens  
vnicuique, præsertim verò

*PHILOSOPHIS, atq; ASTRONOMIS, que à*  
G A L I L E O G A L I L E O  
P A T R I T I O F L O R E N T I N O

Patauini Gymnasij Publico Mathematico

P E R S P I C I L L I

*Nuper à se reperti beneficio sunt obseruata in LVNÆ FACIE, FIXIS IN-*  
*NUMERIS, LACTEO CIRCVLO, STELLIS NEBVLOSIS,*

*Aprime verò in*

Q V A T V O R P L A N E T I S

Circa IOVIS Stellam dispatibus interuallis, atque periodis, celeri-  
tate mirabili circumuolutis; quos, nemini in hanc vsque  
diem cognitos, nouissimè Author depræ-  
hendit primus; atque

M E D I C E A S I D E R A  
N V N C V P A N D O S D E C R E V I T .



VENETIIS, Apud Thomam Baglionum. M D C X.

*Superiorum Permissu, & Priuilegio.*

## Galileo incontra il cannocchiale

Nel 1609 G. inizia a osservare il cielo con l' "occhiale" da lui perfezionato su modelli olandesi preesistenti.

Scopre molte cose "mai viste prima", e si affretta a pubblicare, nel marzo 1610, il libretto intitolato *Sidereus Nuncius*.

Le scoperte descritte nel libro sono:

- la Luna presenta asperità, monti, valli, pianure, come la Terra
- la Via Lattea consiste d'innomerevoli stelle, molte più di quelle visibili a occhio nudo
- Giove possiede quattro satelliti, che gli girano intorno regolarmente.

## OBSERVAT. SIDEREAE

Ori.



Occ.

Stella occidentaliori maior, ambæ tamen valdè conspicuæ, ac splendidæ: vtra quæ distabat à Ioue scrupulis primis duobus; tertia quoque Stellula apparere cepit hora tertia prius minime conspecta, quæ ex parte orientali Iouem ferè tangebatur, eratque admodum exigua. Omnes fuerunt in eadem recta, & secundum Eclipticæ longitudinem coordinatæ.

Die decimatertia primum à me quatuor conspectæ fuerunt Stellulæ in hac ad Iouem constitutione. Erant tres occidentales, & vna orientalis; lineam proximè

Ori.



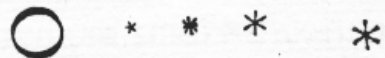
Occ.

rectam constituebant; media enim occidentaliū paululum à recta Septentrionem versus deflectebatur. Aberrat orientaliōr à Ioue minuta duo: reliquarum, & Iouis intercapedines erant singulæ vnius tantum minuti. Stellæ omnes eandem præ se ferebant magnitudinem; ac licet exiguam, lucidissimæ tamen erant, ac fixis eiusdem magnitudinis longe splendidiores.

Die decimaquarta nubilosa fuit tempestas.

Die decimaquinta, hora noctis tertiæ in proximè depicta fuerunt habitudine quatuor Stellæ ad Iouem;

Ori.



Occ.

occidentales omnes: ac in eadem proximè recta linea dispositæ; quæ enim tertia à Ioue numerabatur paululum

## Critiche alle osservazioni di Galileo

La genuinità delle osservazioni di G. è stata più volte messa in discussione, rilevando l'inesattezza dei suoi disegni della Luna, e la modesta qualità dello strumento da lui usato. Senza contare la scarsa padronanza che G. dimostra (a differenza di Keplero) della “teoria” del cannocchiale.

In particolare Feyerabend, nel suo libro *Contro il metodo*, uscito in edizione italiana nel 1979, si appoggiava su questi argomenti per sostenere la sua tesi di una “teoria anarchica della conoscenza”.

In sostanza, secondo questo autore non era possibile e non era importante che G. avesse davvero visto ciò che descriveva nel *Sidereus Nuncius*; in ogni caso G. aveva piegato (e giustamente, a suo parere) le osservazioni alle tesi che voleva dimostrare: per es. la tesi copernicana.

## **In difesa di Galileo**

In senso opposto, e anche prima di Feyerabend, altri studiosi avevano mostrato l'esattezza delle osservazioni galileiane, facendo vedere come i calcoli moderni concordavano coi suoi disegni e coi suoi dati.

A quel tempo (30 anni fa) la lettura del libro di Feyerabend m'ispirò un approccio diverso.

Sappiamo che G. tentò a lungo e faticosamente di ricavare le leggi del moto dei satelliti da lui scoperti, con difficoltà derivanti prima di tutto dalla mancanza degli strumenti matematici e concettuali necessari per trattare il problema.

Perché dunque non riprendere ex-novo il tentativo galileiano, ma usando la matematica e le tecniche di calcolo oggi disponibili?

Più esattamente, l'idea era questa: prendiamo le osservazioni del *Sidereus Nuncius* come punto di partenza, e applichiamo a quelle osservazioni (e misure) le moderne tecniche di “fitting”, per ricavarne i periodi e i raggi orbitali dei quattro satelliti.

Se i risultati del fit concorderanno coi valori oggi noti (che non verranno mai usati nel lavoro) avremo dato una prova indipendente che le osservazioni galileiane erano accurate.

Questo lavoro fu intrapreso nel corso del 1979-80 da me e da Carlo Madella, e i risultati (positivi) vennero comunicati al Congresso SAIt 1980.

## La ricerca sulla *fixa*

Parallelamente conducemmo un'altra indagine, con Umberto Penco: quella detta “della *fixa*”.

Negli ultimi cinque giorni di osservazioni G. disegna, accanto a Giove e ai satelliti, un oggetto che chiama “*fixa*”, ossia “stella fissa”. Tale stella si sposta rispetto agli altri corpi, causa il moto di Giove, che trascina con sé i satelliti ma non la stella.



## OBSERVAT. SIDEREAE

omnes conspectæ sunt, quarum Ioui proxima aberat ab eo m. 2. sequens ab hac m. 1. tertia m. 0. sec. 2<sup>o</sup>. eratque

Ori.            \*    \* \* \*    ○            Occ.

\* fixa

reliquis clarior; ab ista verò distabat orientalis m. 4. & reliquis erat minor. Rectam proximè designabant lineã, nisi quod tertia à Ioue paululum attollebatur. Fixa cum Ioue, & orientali trignonum æquilaterum constituebat ut in figura.

Die 2. Ho. 0 m. 4<sup>o</sup>. tres adstabant Planetæ, orientales duo, vnus verò occiduus in tali configuratione. Aberat

Ori.            \* \*            ○            \*            Occ.

\* fixa

orientalis à Ioue m. 7 ab hoc distabat sequens m. 0. f. 3<sup>o</sup>. Occidentalis verò elongabatur à Ioue m. 2. erant extremi lucidiores, ac maiores reliquo, qui admodum exiguus apparebat. Orientalis à recta linea per reliquos & Iouem ducta paululum in Boream videbatur elatus. Fixa iam adnotata ab occidentali Planeta m. 8. distabat, secundum perpendicularem ab ipso Planeta ductam super lineam rectam per Planetas omnes extensam; veluti apposita figura demonstrat.

Hæc Iouis, & adiacentium Planetarum ad Fixam collatio.

Ci chiedemmo: di che stella si tratta? Possiamo ritrovarla sui moderni cataloghi?

La ricerca richiese di ritrovare l'esatta posizione di Giove all'epoca, mediante un'integrazione numerica, e diede esito positivo: la "fixa" di G. è quella oggi indicata con SAO 76962.

A ulteriore conferma che G. attraverso il cannocchiale vedeva cose reali...

## **Trent'anni dopo ...**

... perché riparlare ora?

Mi è sembrato interessante riproporre lo studio nell'Anno Internazionale dell'Astronomia, e Anno Galileiano; anche per mostrare come gli strumenti informatici di oggi rendano il lavoro assai più agevole di quanto non fosse 30 anni fa.

Inoltre credo che da questo lavoro si possa trarre spunto per applicazioni didattiche: un primo tentativo è stato fatto l'anno scorso da Virgilio Dolcher, collega di Carlo al L. Sc. "F. Buonarroti" di Pisa.

## Altri due centenari

Ricorrono quest'anno altri due centenari di libri importanti e attinenti al nostro argomento.

Il primo (1609) è l'*Astronomia Nova* di Keplero, dove sono enunciate le due prime leggi.

Il secondo (1809) è la *Theoria motus corporum cælestium* di Gauss, nel quale si trova la prima applicazione del metodo dei minimi quadrati a problemi di meccanica celeste.

E dove compare per la prima volta la “gaussiana”.

## I satelliti di Giove

Seguiamo il racconto di G.:

“Il giorno sette gennaio, dunque, dell'anno milleseicentodieci, a un'ora di notte, mentre col cannocchiale osservavo gli astri mi si presentò Giove.”

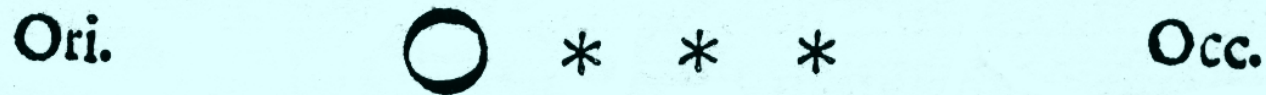
“Poiché mi ero preparato uno strumento eccellente, vidi (e ciò prima non mi era accaduto per la debolezza dell'altro strumento) che intorno gli stavano tre stelle piccole ma luminosissime; e quantunque le credessi del numero delle fisse, mi destarono una certa meraviglia, perché apparivano disposte esattamente secondo una linea retta e parallela all'eclittica, e più splendidi delle altre di grandezza uguale alla loro.”

Fra loro e rispetto a Giove erano in questo ordine:

Ori.            \*            \*            ○            \*            \*            Occ.

cioè due stelle erano a oriente, una a occidente. La più orientale e l'occidentale apparivano un po' maggiori dell'altra: non mi curai minimamente della loro distanza da Giove, perché, come ho detto, le avevo credute fisse.”

“Quando, non so da qual destino condotto, mi rivolsi di nuovo alla medesima indagine il giorno otto, vidi una disposizione ben diversa: le tre stelle infatti erano tutte a occidente rispetto a Giove, e più vicine tra loro che la notte antecedente e separate da eguali intervalli, come mostra il disegno seguente:



A questo punto, non pensando assolutamente allo spostamento delle stelle, cominciai a chiedermi in qual modo Giove si potesse trovare più ad oriente delle dette stelle fisse, quando il giorno prima era ad occidente rispetto a due di esse. Ed ebbi il dubbio che Giove non fosse per caso diretto, diversamente dal calcolo astronomico, ed avesse col proprio moto oltrepassato quelle stelle. Per questo con gran desiderio aspettai la notte successiva: ma la mia speranza fu resa vana, perché il cielo fu tutto coperto di nubi.”

Riassumiamo fin qui.

Il 7 gennaio G. ha visto Giove con tre stelline:

Ori.      \*                  \*      ○                  \*                  Occ.

L'8 invece appaiono così:

Ori.                          ○      \*      \*      \*                  Occ.

“Per questo con gran desiderio aspettai la notte successiva: ma la mia speranza fu resa vana, perché il cielo fu tutto coperto di nubi.”

“Ma il giorno dieci le stelle mi apparvero in questa posizione rispetto a Giove:

Ori.

\*

\*



Occ.

cioè ve n'erano due soltanto, ed entrambe orientali: la terza, come supposi, era nascosta sotto Giove. Erano come prima sulla stessa retta con Giove, e poste esattamente secondo la linea dello Zodiaco.

Quando vidi questo e compresi che in alcun modo potevano attribuirsi a Giove simili spostamenti, sapendo inoltre che le stelle osservate eran sempre le stesse (nessun'altra precedente o seguente ve n'era entro grande intervallo sulla linea dello Zodiaco), mutando la perplessità in meraviglia, compresi che *l'apparente mutazione non era di Giove ma delle stelle da me scoperte*; e per questo pensai di dovere da allora in poi osservare a lungo il fenomeno attentamente e scrupolosamente.”



## Inizio dell'analisi dei dati

G. osserva i satelliti dal 7 gennaio al 2 marzo, tutti i giorni in cui il tempo glielo consente.

Talora compie anche più osservazioni nel corso della notte, per cui abbiamo un totale di 64 osservazioni.

In ogni caso riporta delle figure, come quelle che abbiamo già viste. Man mano che raffina la sua tecnica comincia a riportare anche misure angolari delle distanze dei satelliti da Giove.

Il primo problema che ci si pose fu: come utilizzare questi dati?

Per varie ragioni decidemmo di fondarci sui disegni, non sui dati numerici; misurammo perciò i disegni e costruimmo un file di misure, che sarebbe stato la base del lavoro successivo.

## **Il problema dei tempi**

Per ogni osservazione G. annota l'ora, di solito con l'approssimazione di 10 minuti.

Ma di che ora si tratta? Di quella che era in uso allora, detta “ora italiana”, misurata a partire dal tramonto.

È chiaro il problema: l'ora del tramonto non è fissa!

Nel periodo delle osservazioni il tramonto ritarda progressivamente, di oltre un'ora (a Padova).

È un ritardo che non si può trascurare, data la velocità con cui si muove il satellite più interno (Io).

Poco male: stava a noi convertire l'ora italiana in ora civile, ad es. in TMEC (per questo calcolo in realtà l'origine dei tempi non ha interesse).

Ecco una parte del file di dati che è servito per tutti i calcoli successivi.

Col. 1: tempi in giorni dal 1610 Jan 0.0 (TMEC)

2, 3, 4, 5: distanze in mm dal centro di Giove  
sull'originale del SN

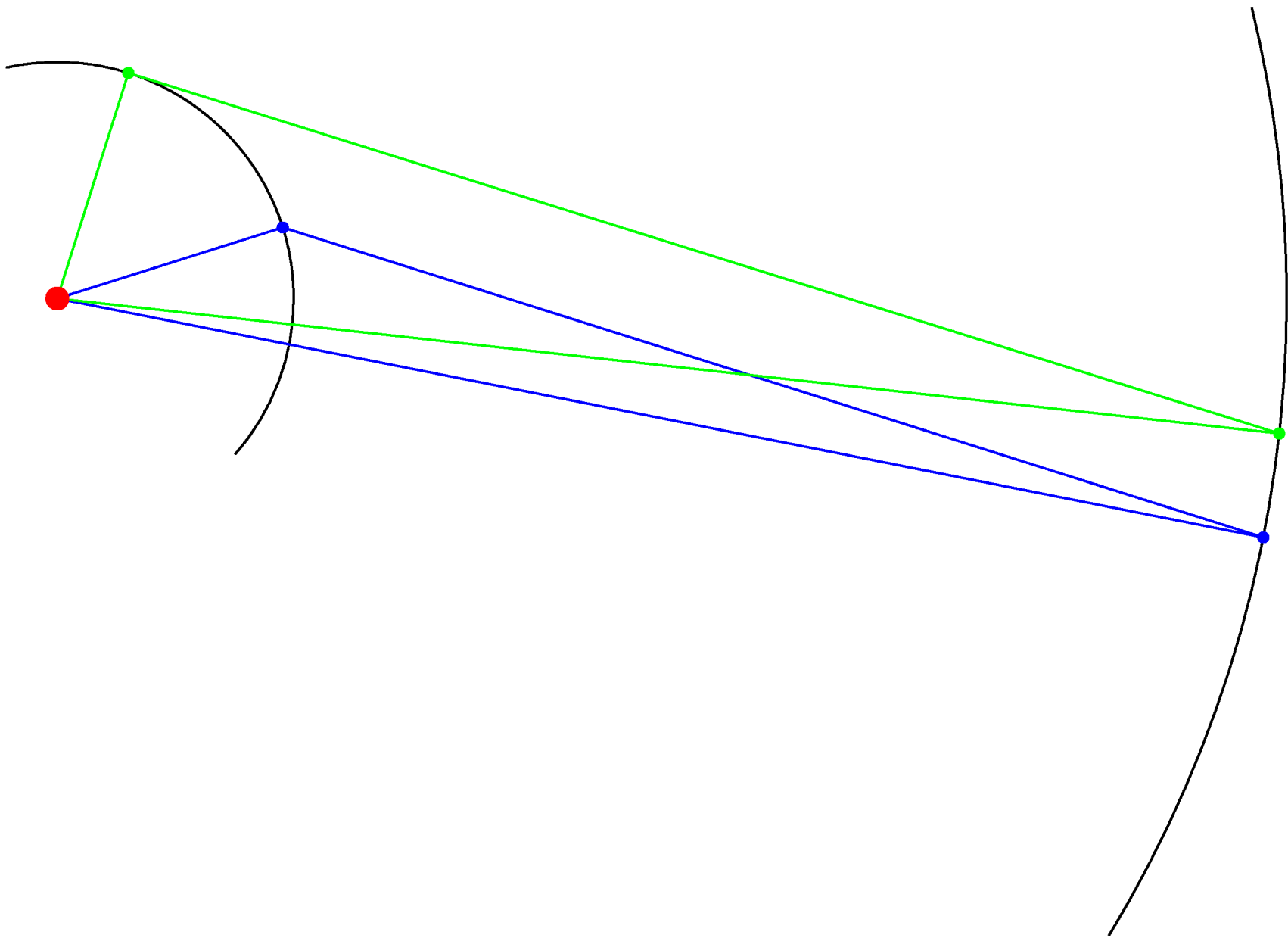
6: pagina della figura sul SN

7.70	-28.5	-9.5	15.5		17r
8.70	9.5	17.5	26.0		17v1
10.70	-19.5	-9.5			17v2
11.70	-26.0	-18.0			18r
12.78	-11.0	-4.5	10.0		18v1
13.70	-10.5	5.0	7.5	11.0	18v2
15.79	10.5	16.5	24.0	36.0	18v3
15.95	16.5	21.0	33.5		19r1
16.71	-5.5	5.0	28.0		19r2
17.68	-10.0	26.0			19r3
17.87	-14.5	-11.0	31.0		19v1
18.68	-23.0	30.5			19v2
19.75	-18.0	15.5	27.5		19v3
19.87	-17.5	-8.5	14.0	22.5	20r1
20.72	-6.5	6.5	10.5		20r2
20.92	-8.5	5.0	7.0		20r3

## Il movimento dei pianeti

La figura che segue mostra le posizioni di Sole, Terra e Giove all'inizio (blu) e alla fine (verde) delle osservazioni riportate nel *Sidereus Nuncius*.

Si noterà che la distanza Terra-Giove cambia sensibilmente: aumenta di circa 0.75 UA.



Questo ha due effetti:

1) Aumenta il tempo di propagazione della luce (l'effetto che Rømer avrebbe usato parecchi anni dopo per dare la prima stima della velocità della luce).

Ne seguirebbe un errore sistematico sui tempi assegnati alle osservazioni; ma il suo valore non supera i 6 minuti e abbiamo deciso di trascurarlo.

2) Riduce del 16% le dimensioni angolari delle orbite dei satelliti.

Di ciò dovremo tener conto.

## **I dati grezzi**

Il grafico seguente mostra i dati grezzi misurati dal Sidereus Nuncius.  
In ascissa ci sono i tempi, in ordinata le distanze dei satelliti dal centro di Giove.





## Obiettivo e metodo del fit

I satelliti appaiono sempre ben allineati con Giove; assumendo (per semplicità, e per fortunata combinazione) che le orbite siano circolari, i loro diagrammi orari saranno sinusoidi.

Si tratta dunque di trovare 4 sinusoidi, di periodi, ampiezze e fasi diverse, che si adattino bene ai punti osservati.

Si procede col metodo dei minimi quadrati. I parametri sono per ciascun satellite: periodo, ampiezza della componente seno, ampiezza della componente coseno.

La difficoltà è che mentre le ampiezze figurano linearmente, non è così per i periodi.

Perciò i valori dei parametri che rendono minima la somma dei quadrati dei residui non possono essere trovati per via analitica: è necessario procedere per iterazione.

## **Problema: come identificare i satelliti?**

Il problema principale è che non c'è modo di riconoscere un satellite dall'altro...

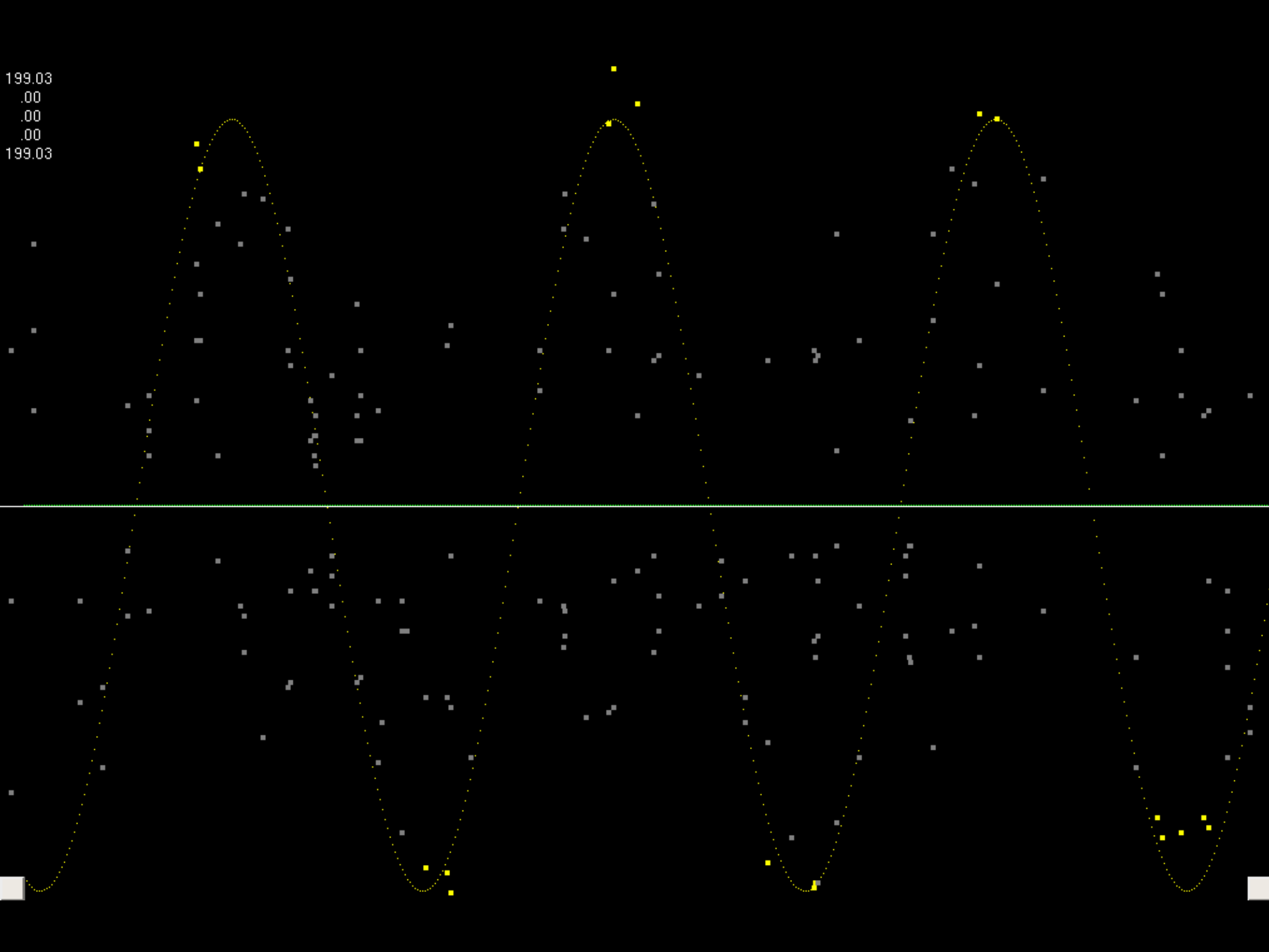
Non sembra quindi possibile un algoritmo automatico: l'unica soluzione è di procedere in modo *interattivo* e *iterativo*: vediamo come.

Nel grafico si vedono dei punti nettamente più distanti degli altri da Giove: si può assumere che questi punti appartengano al satellite più esterno (Callisto) nei suoi momenti di massima elongazione.

Procediamo quindi a una prima assegnazione di quei punti a uno stesso satellite, e a un primo fit con questi dati.

(È bene notare che il software sviluppato per questo scopo consente assegnazioni reversibili: in caso di errore si può cancellare o modificare una assegnazione già fatta.)

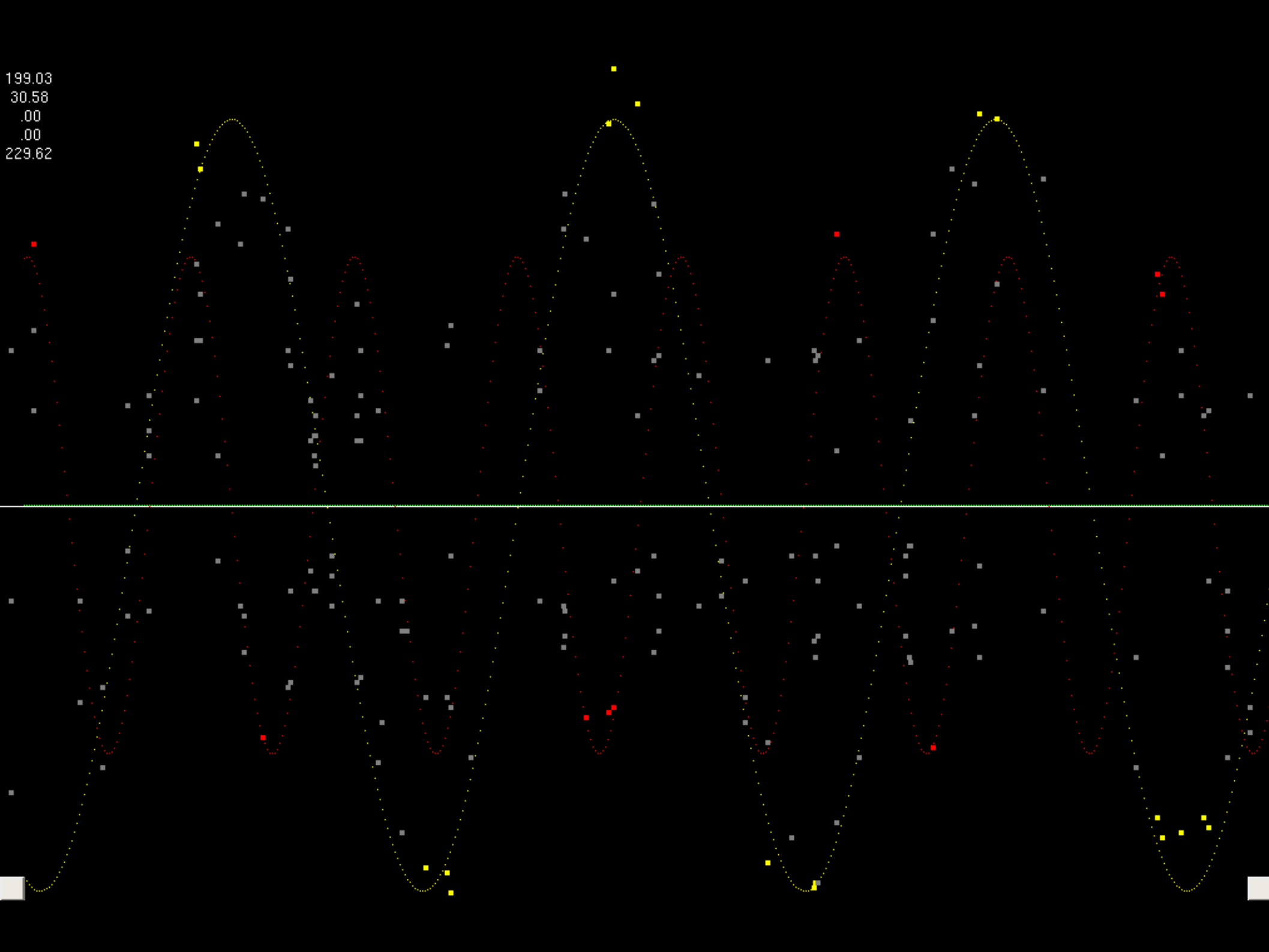
199.03  
.00  
.00  
.00  
199.03



## **Il secondo satellite**

Si vedono ora dei punti che pur essendo distanti da Giove non possono appartenere al primo satellite: possiamo assegnarli al secondo e ottenere una seconda sinusoide.

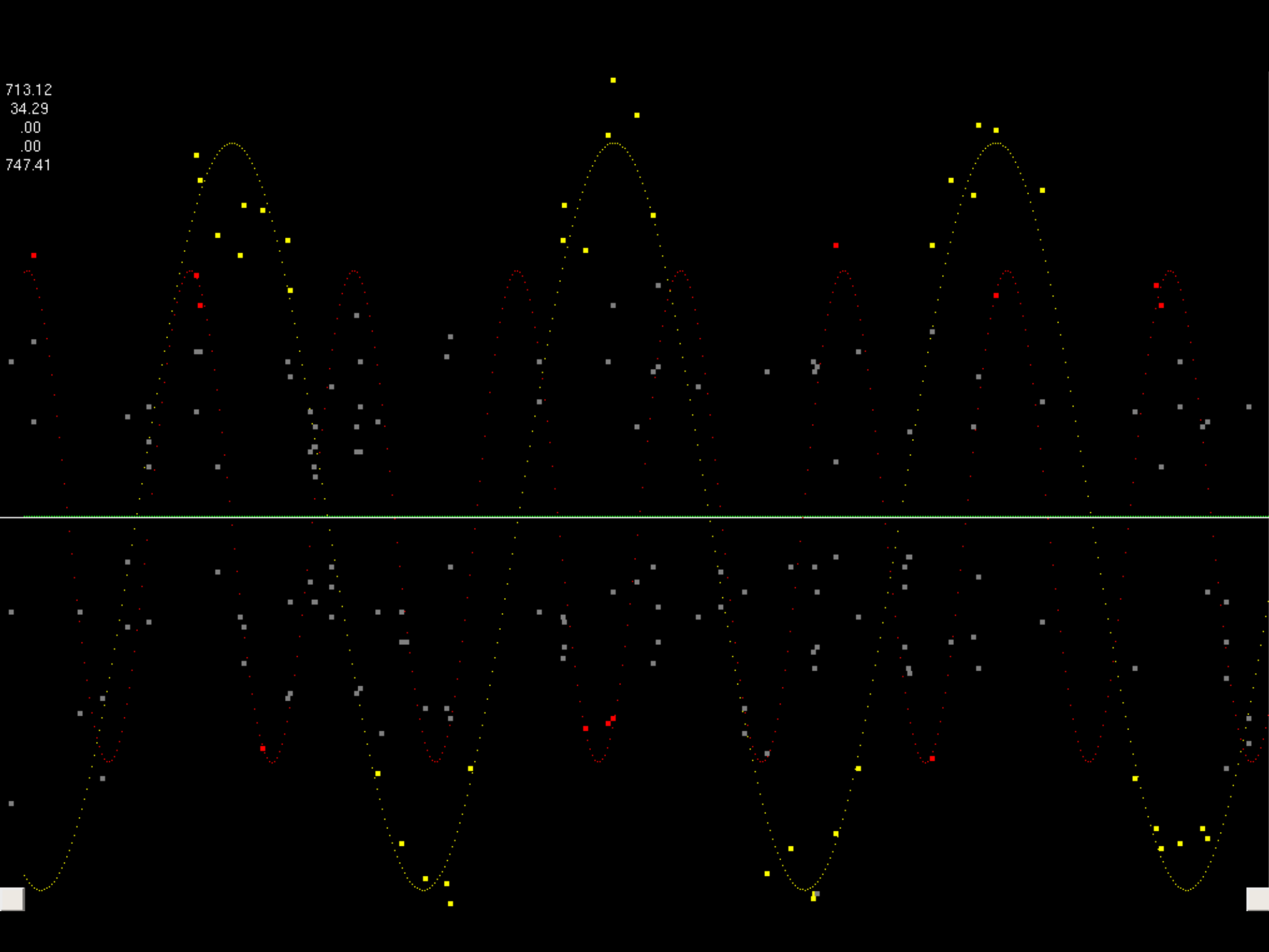
199.03  
30.58  
.00  
.00  
229.62



## **Iteriamo...**

La presenza della seconda sinusoide permette di assegnare altri punti al primo satellite e poi anche al secondo.

713.12  
34.29  
.00  
.00  
747.41



## Correggere la scala?

Come si vede, l'accordo non è molto buono.

Ma a questo punto nasce un'idea: come possiamo essere sicuri che i diversi disegni di G. siano stati tracciati esattamente alla stessa scala?

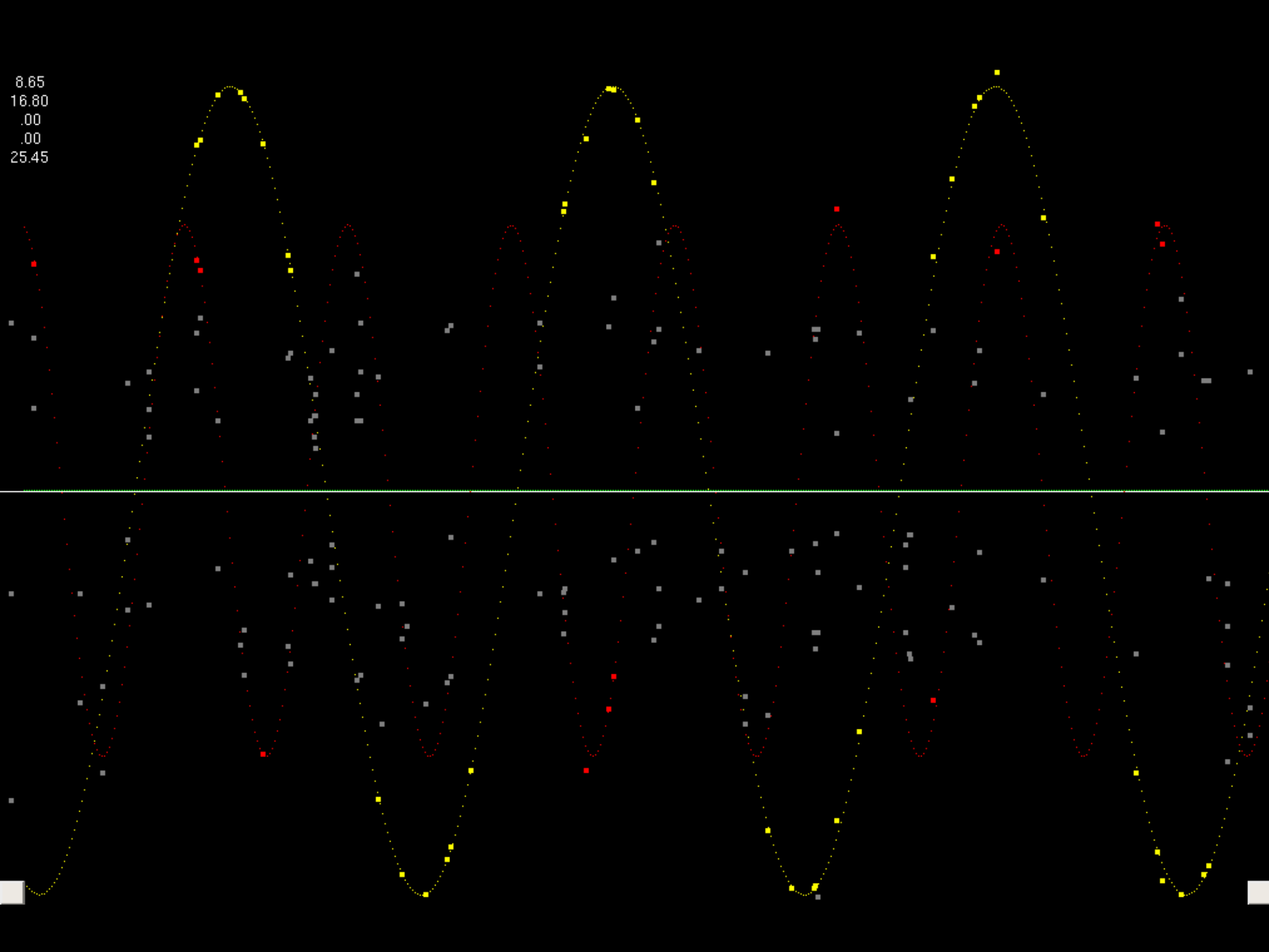
Inoltre abbiamo già visto che la variazione di distanza tra Terra e Giove comporta una variazione della scala.

Decidiamo quindi d'introdurre un nuovo parametro libero: un fattore di scala variabile per ciascuna osservazione.

Ecco il risultato.



8.65  
16.80  
.00  
.00  
25.45



Com'era ovvio a priori, il fit diventa assai migliore.

La cosa è del tutto banale per tutte le osservazioni in cui c'è una sola assegnazione; ma non lo è quando le assegnazioni sono due.

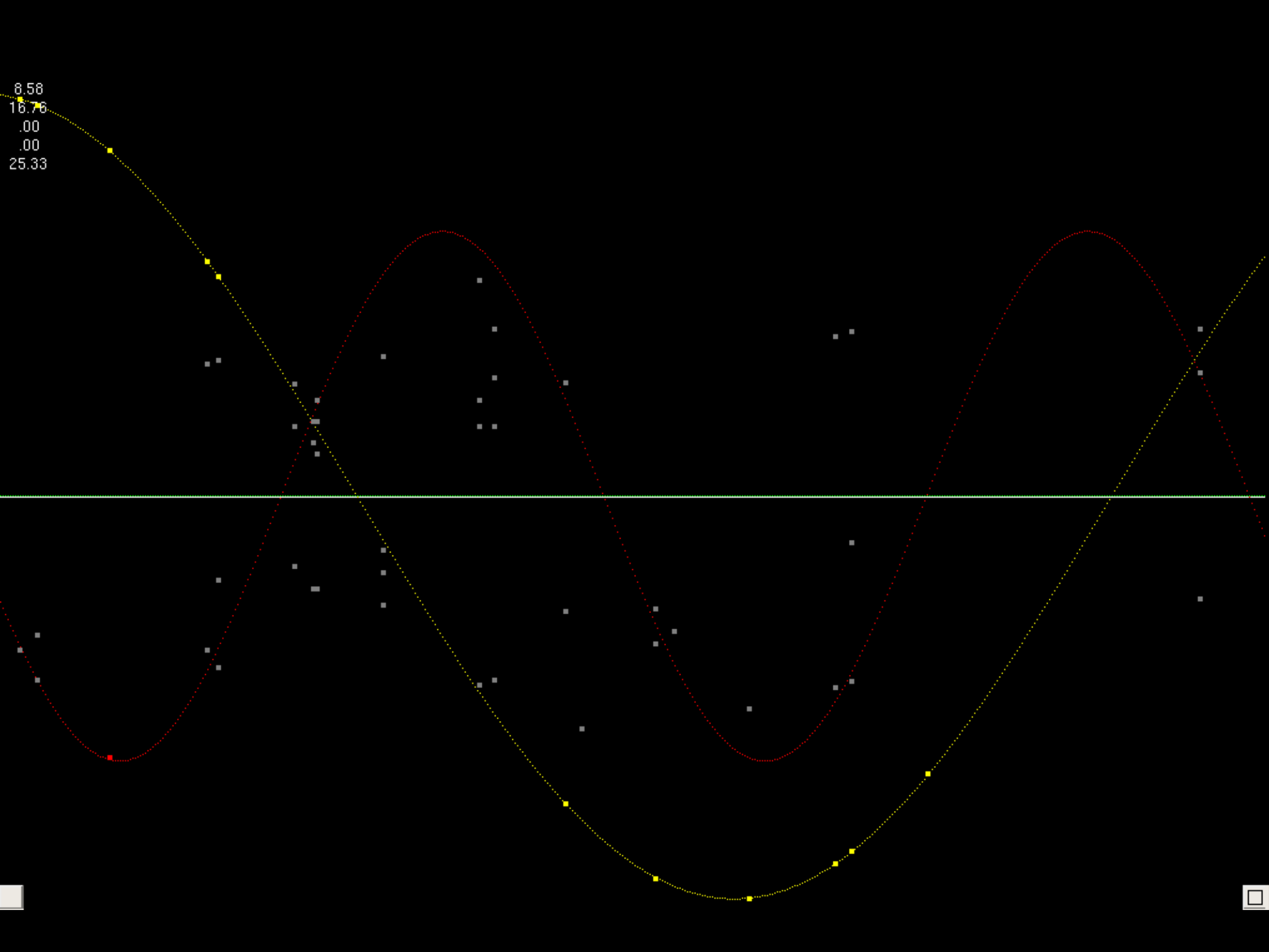
Vedremo poi che anche quando ci sono tre o quattro satelliti visibili, aggiustare la scala migliora molto il fit.

## **Dilatiamo la scala dei tempi**

Tutti i diagrammi sono stati disegnati in modo da entrare completamente nello schermo, ma risultano troppo affollati, specialmente quando G. ha fatto più osservazioni in una stessa notte.

Conviene quindi dilatare l'asse dei tempi: il prezzo è che il diagramma non entra tutto nello schermo, ma si guadagna molto in leggibilità.

8.58  
16.76  
.00  
.00  
25.33



Si vede bene che molte altre assegnazioni appaiono possibili.

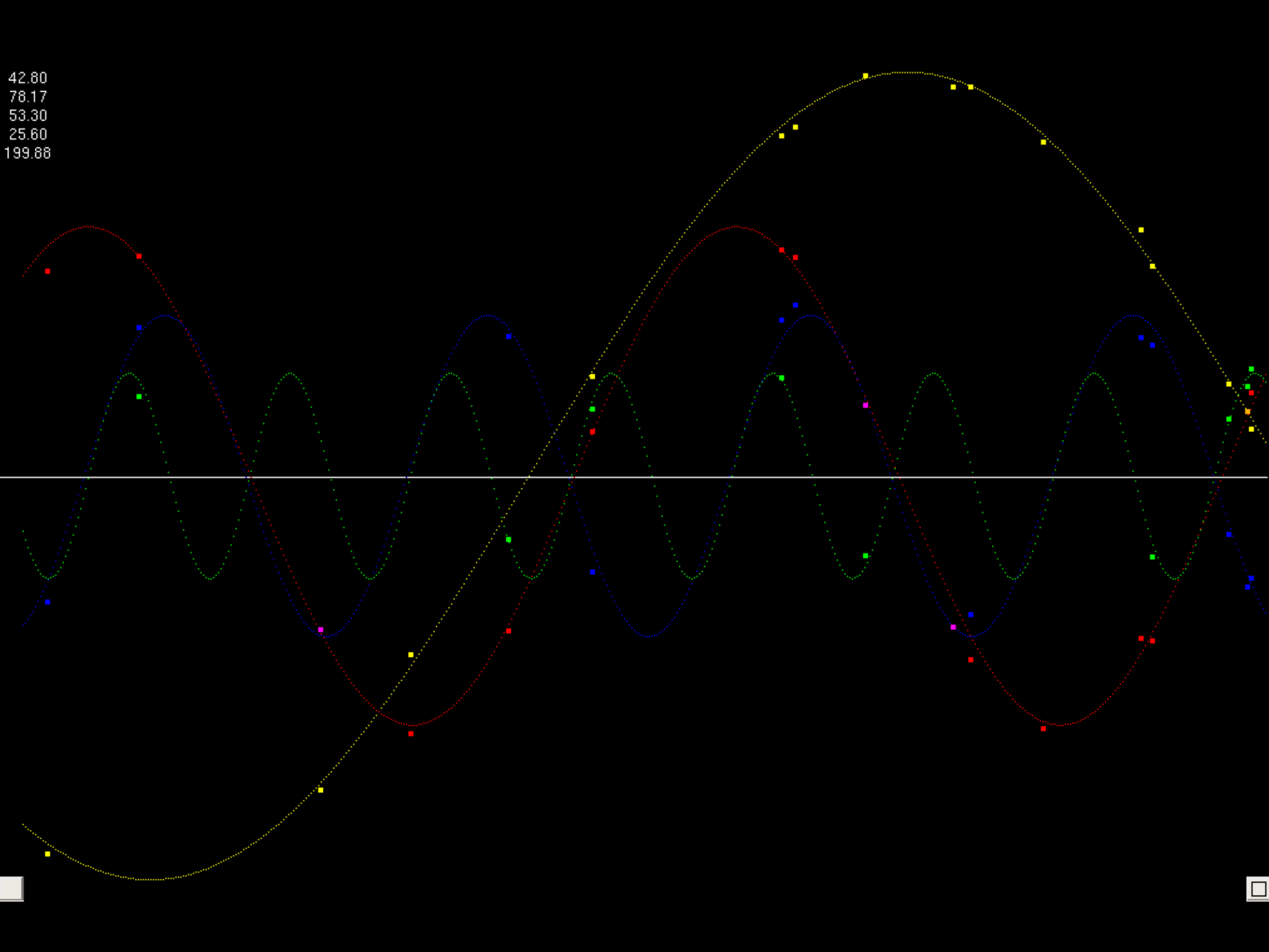
È poi chiaro come si può procedere, assegnando anche gli altri satelliti.

In certi casi una della “stelline” di G. risulta corrispondere a due satelliti, che G. non riusciva a risolvere col suo cannocchiale.

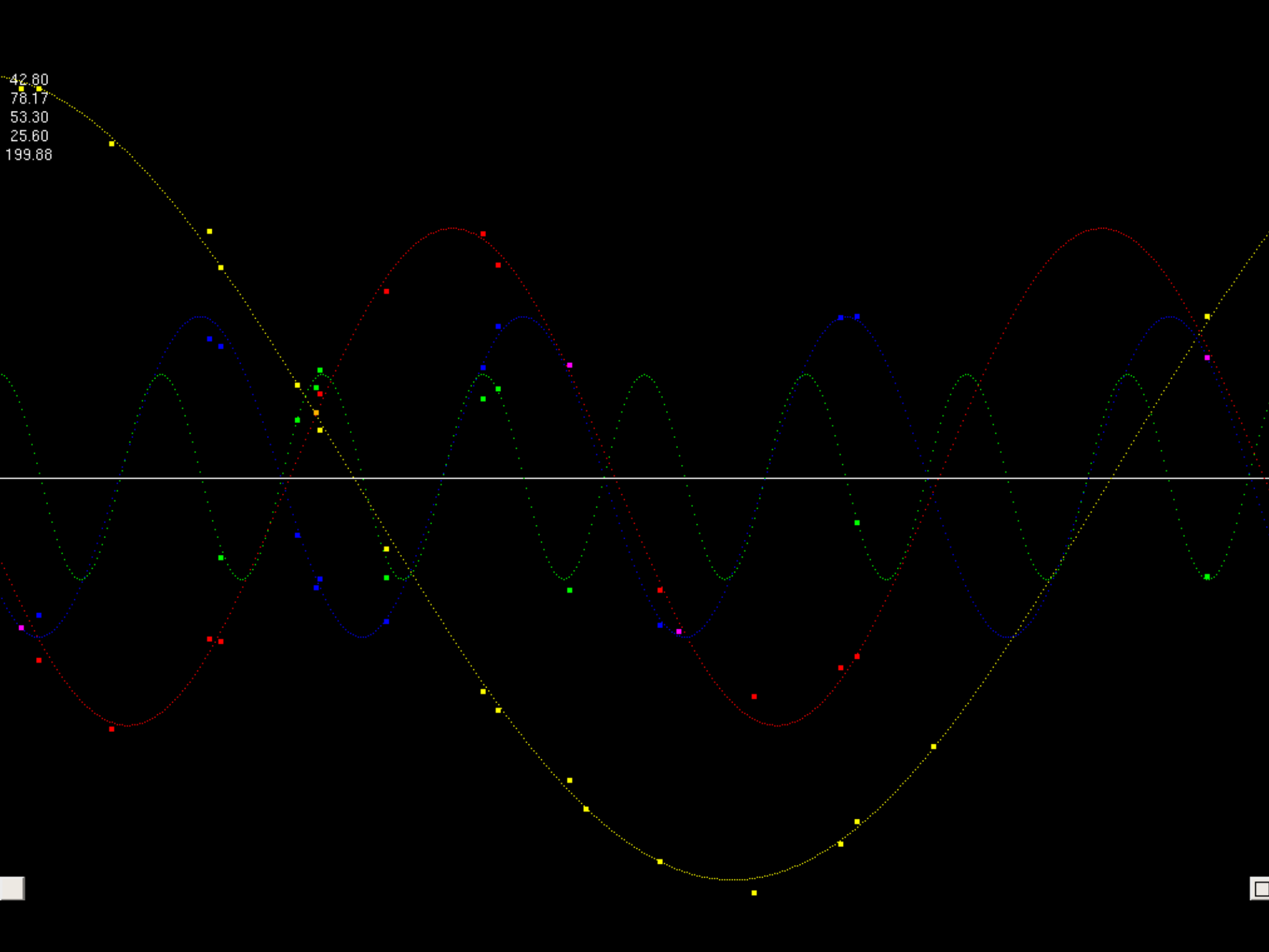
Queste sovrapposizioni sono indicate nel diagramma con colori diversi.

I prossimi diagrammi mostrano il risultato finale del fit, che ora dobbiamo commentare.

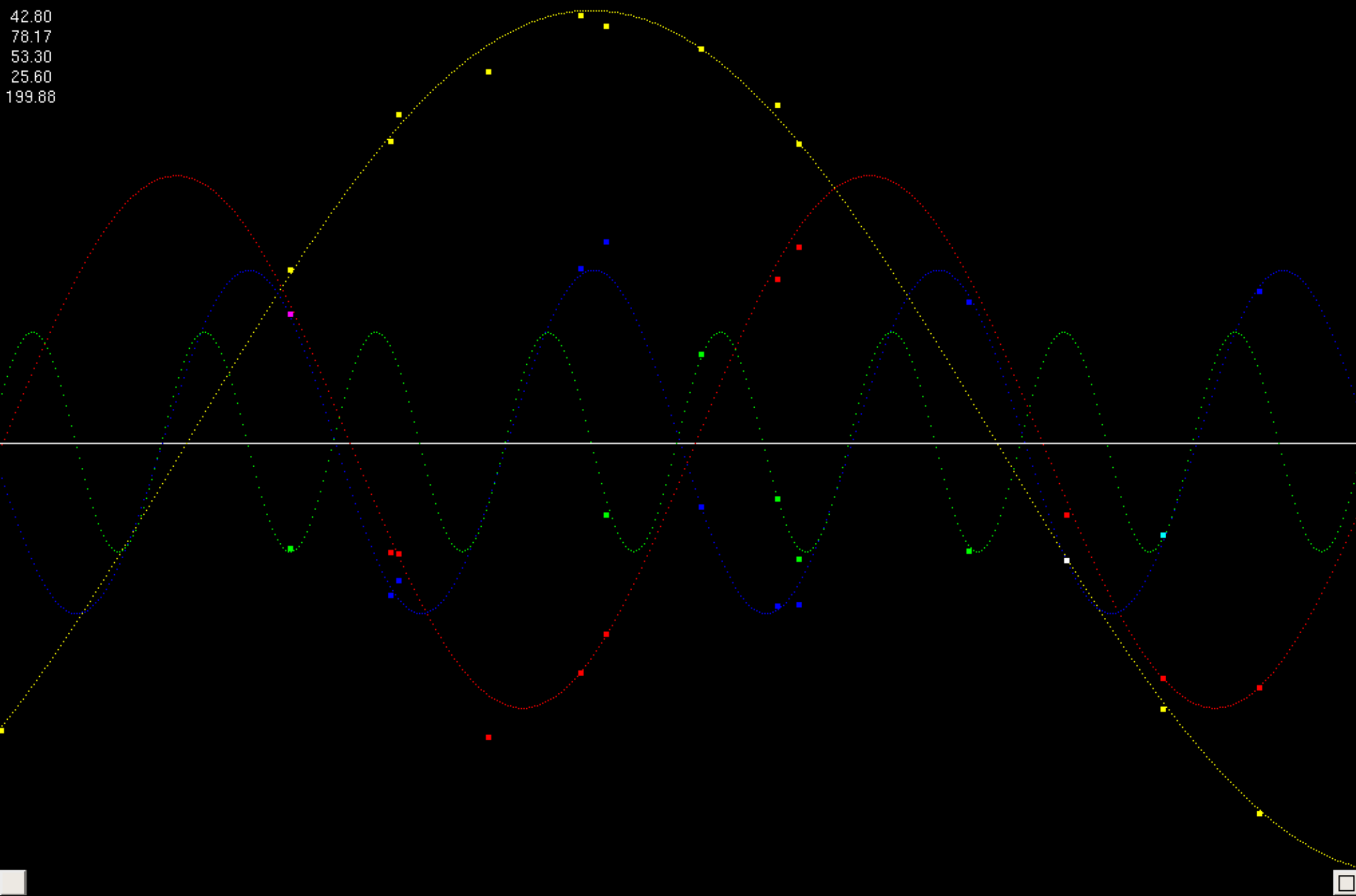
42.80  
78.17  
53.30  
25.60  
199.68



42.80  
78.17  
53.30  
25.60  
199.68

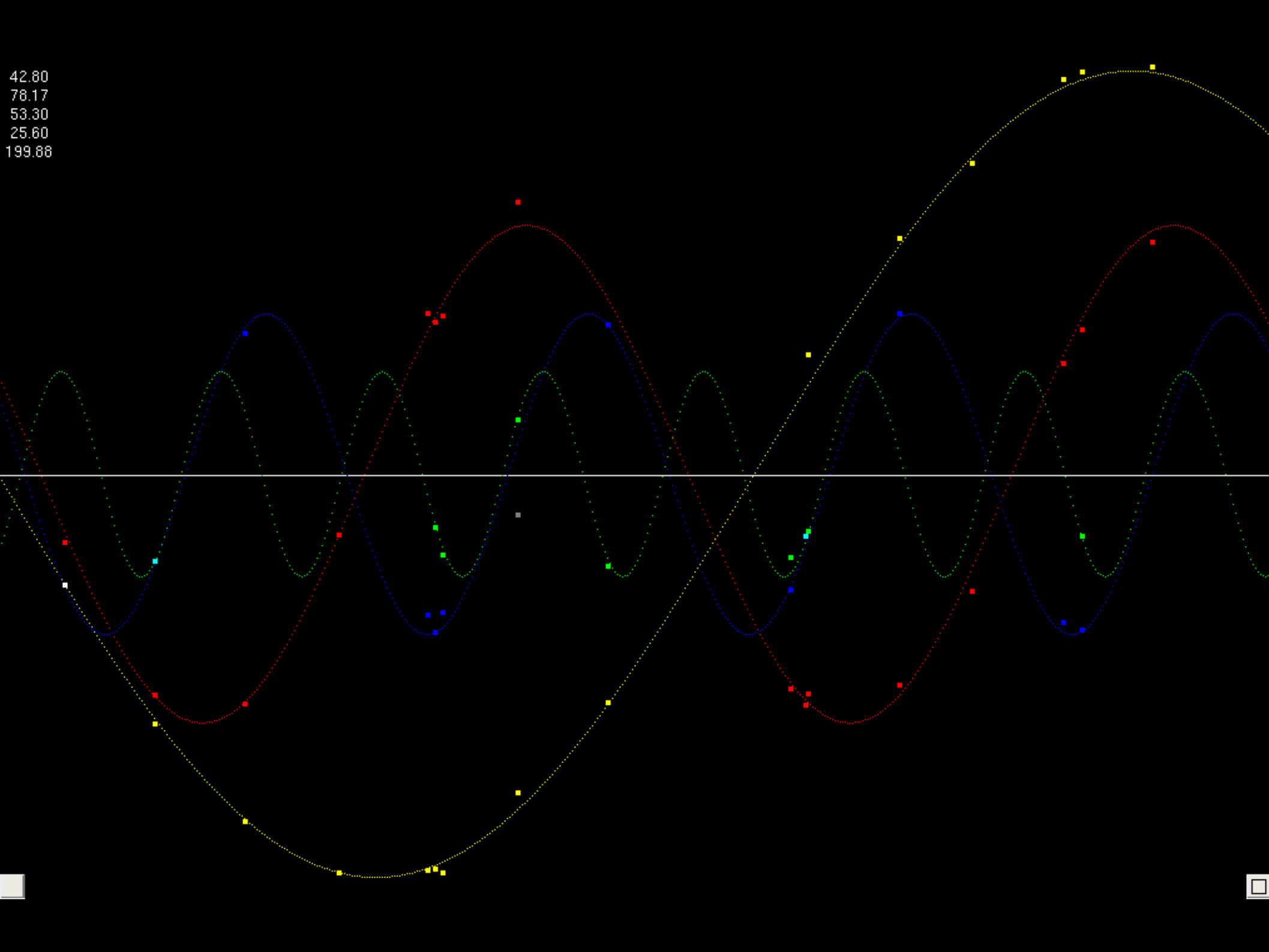


42.80  
78.17  
53.30  
25.60  
199.88

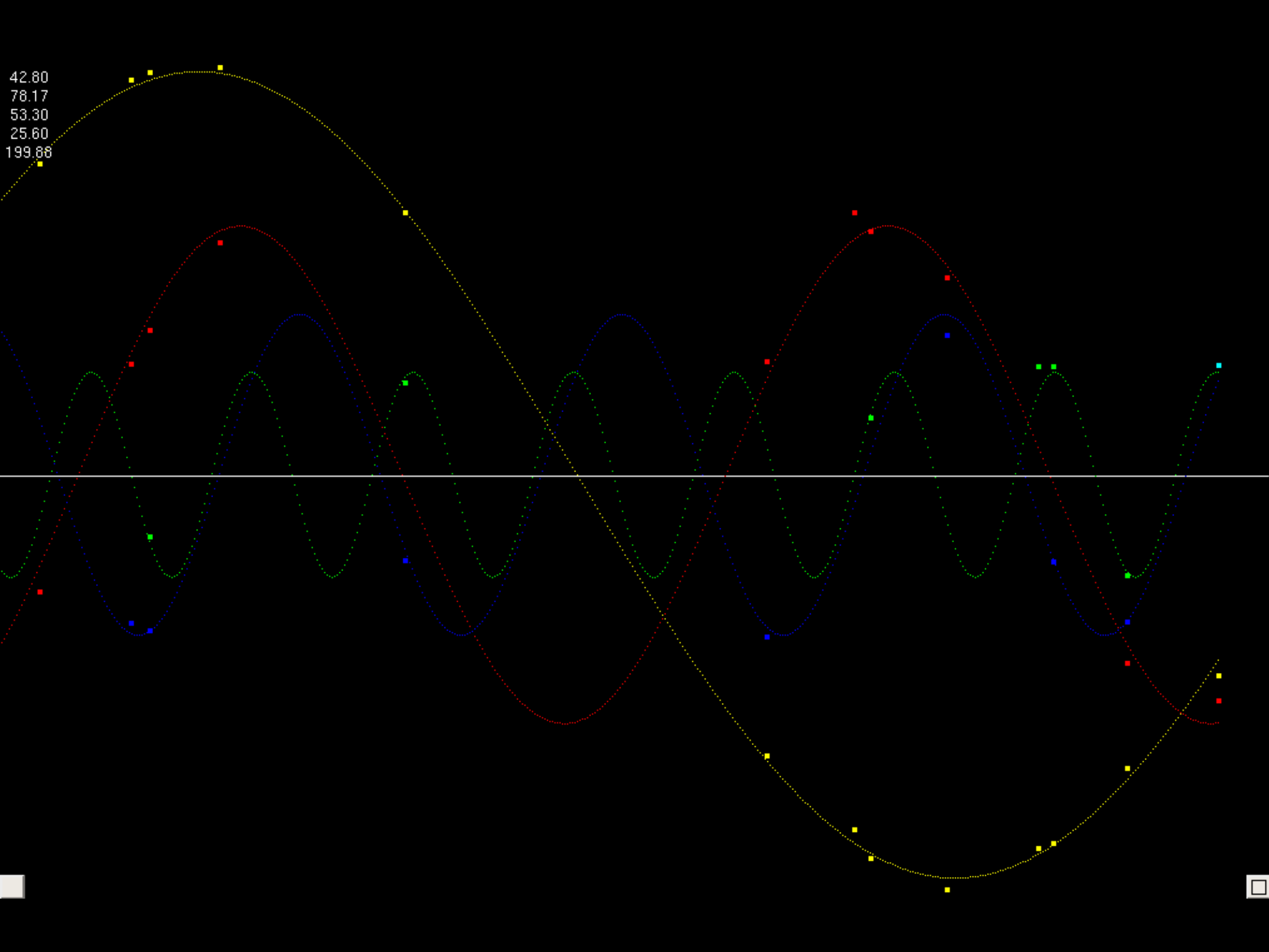




42.80  
78.17  
53.30  
25.60  
199.88



42.80  
78.17  
53.30  
25.60  
199.88



## **Alcuni commenti**

È impressionante l'accordo generale, che già mostra l'accuratezza delle osservazioni di G.

Tuttavia non tutto torna perfettamente...

Per es. il giorno 8 gennaio (secondo giorno) G. ha mancato Callisto, forse perché non si aspettava di vedere 4 “stelline”.

Lo stesso è accaduto anche il 24, quando ormai sapeva che i satelliti sono 4. Callisto molto distante da Giove poteva sfuggire facilmente.

Il 10 gennaio vede due soli satelliti, mentre in realtà quelli visibili sono tre; Ganimede ed Europa sono però molto vicini.

Lo stesso accade il giorno 16, il 17, e poi anche il 24 (secondo diagramma) per Callisto e Ganimede.

Invece il 12 febbraio (quarto diagramma) G. segna un satellite in una posizione “impossibile”.

A mio parere questi “difetti” aggiungono credibilità alle osservazioni galileiane.

Infatti nessuna osservazione o misura sperimentale è esente da simili anomalie. Ci si sarebbe dovuti insospettire se tutto fosse tornato troppo bene...

## **Una parentesi: come eravamo trent'anni fa**

Ho già detto che questo lavoro risale a 30 anni fa, ma la presentazione grafica che ho mostrato è una rielaborazione recente.

Come si lavorava trent'anni fa?

In primo luogo, quasi non esistevano i personal computer: il PC IBM risale al 1981, anche se lo Apple II è del 1977.

Noi lavoravamo in collegamento col computer del centro di calcolo CNUCE di Pisa, un IBM 370. Il collegamento era affidato a una telescrivente “a pallina” per l'introduzione di dati e programmi, e per brevi risposte (i terminali video non erano ancora in uso).

I grafici venivano prodotti da un “plotter”, che scriveva con 4 penne colorate su un rotolo di carta largo un metro.

Di conseguenza l'approccio iterativo-interattivo era in realtà terribilmente lento: ogni volta che si modificava un'assegnazione si doveva rimandare in esecuzione il programma e aspettare la stampa del grafico.

Lo si andava a ritirare, ci si ragionava su, si facevano altre assegnazioni, eccetera.

Il tutto richiedeva giorni.

Oggi con un PC la fase più lunga e complessa rimane la scrittura del programma; poi l'iterazione si completa al massimo in un'ora.

## Risultati quantitativi dell'analisi

Il primo confronto è ovviamente quello dei periodi. Ecco il risultato: nella prima colonna ci sono i valori trovati col fit (in giorni), nella seconda i valori moderni, nella terza i rapporti.

Callisto	16.66671	16.68902	0.99866
Ganimede	7.13059	7.15455	0.99665
Europa	3.55070	3.55118	0.99987
Io	1.76980	1.76914	1.00037

Si vede che lo scarto relativo non raggiunge mai il 4‰.

Secondo confronto: i raggi delle orbite. Qui la prima colonna dà il risultato del fit in mm (sul disegno di G.), la seconda i valori moderni in  $10^{-3}$  UA, la terza i rapporti.

Callisto	35.9700	12.5871	2.8577
Ganimede	22.0882	7.1525	3.0881
Europa	14.3304	4.4854	3.1949
Io	9.1530	2.8209	3.2447

In questo caso gli scarti sono parecchio più grandi, e hanno andamento sistematico: tra Callisto e Io la differenza è oltre il 13%.

Non so darne la spiegazione, anche perché non è esattamente noto il procedimento per misurare le distanze e per la riproduzione tipografica dei disegni.



Possiamo infine stimare l'errore intrinseco del fit, come segue.

La somma dei quadrati dei residui è  $204.19 \text{ mm}^2$ .

Il numero totale di dati, su 64 osservazioni, è 200.

I parametri del fit sono:

- $3 \times 4 = 12$  per periodi e ampiezze
- 64 fattori di scala
- totale 76.

Quindi il numero di gradi di libertà è  $200 - 76 = 124$ .

La radice quadrata di  $(204.19 / 124)$  è **1.27 mm**.

Si tenga presente che alle nostre misure sull'originale del *Sidereus Nuncius* avevamo assegnato un'incertezza di  $\pm 0.5 \text{ mm}$ .

## Conclusione

Appaiono chiari i seguenti fatti:

- le misure di G. si rappresentano bene con moti circolari uniformi di 4 satelliti
- dalle misure si ricavano i periodi con ottima precisione
- i raggi delle orbite riescono vicini a quelli oggi noti, ma con un errore sistematico non spiegato.

Si può concludere che le osservazioni e le misure di Galileo col suo “occhiale” sono genuine e anche molto accurate.

## Indicazioni didattiche

È evidente che l'analisi completa va molto al di là delle possibilità di una scuola secondaria.

Tuttavia qualcosa mi sembra possibile:

- far eseguire le misure sulle pagine del Sidereus Nuncius
- riportarle in un grafico (non banale, come ha verificato Dolcher!)
- scoprire i “punti lontani” e capire che sono da attribuire a uno stesso satellite
- capire che i grafici dovrebbero essere sinusoidi
- tentare un'analisi grafica per Callisto.

Se qualcuno volesse provare, metto volentieri a disposizione i dati che possano riuscire utili.



Il file pdf di questa relazione sarà disponibile a giorni in

<http://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/varie/SidNuncius-short.pdf>

Eventuali addenda saranno in

<http://www.df.unipi.it/~fabri/sagredo/varie/SidNuncius-addenda/>