I problemi di fisica

perché e come usarli

Premessa

Quanto segue è una rielaborazione di due lavori precedenti:

1) "Il ruolo del problema nella didattica della fisica"; relazione tenuta al VI Convegno nazionale AIF "Ettore Orlandini"; Pisa, 6–5–1992.

Pubblicata in *La Fisica nella Scuola*, **27**, suppl. al n. 4 (1994), pag. 6.

2) "Insegnare la fisica ... come fisica"; pubblicato in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, **26** A-B, n. 3 (2003), pag. 403.

Importanza dei problemi

Che i problemi in fisica siano importanti è cosa nota.

È anche noto che in Italia la pratica del problema come strumento didattico è abbastanza scarsa.

(La causa, almeno in parte, sta nella mancanza un voto per lo scritto di fisica.)

Mi propongo di presentare e discutere un certo numero di esempi, scelti in prevalenza dalle prove di maturità delle scuole sperimentali.

Non mi è sembrato opportuno scegliere esempi di problemi traendoli da libri di testo: questo perché è difficile giudicare un problema e discuterlo se non s'inquadra nella struttura del testo.

Invece i problemi di maturità sono per loro natura relativamente “invarianti”: sono — o dovrebbero essere — problemi che devono andare bene a tutti.

Tentativo di classificazione

Quali funzioni e quali impieghi può avere un problema nella didattica della fisica?

Presento un tentativo di classificazione.

Le classificazioni di questo tipo sono sempre un problema serio, prima di tutto perché richiedono un notevole sforzo di ripensamento e di organizzazione mentale.

Funzioni del problema

- Addestramento
- Esercitazione su argomenti noti
- Introduzione a nuovi argomenti
- Valutazione
- ...

Non bisogna confonderle, anche se spesso *possono coesistere*.

L'importante è operare in modo cosciente.

Problemi nei testi:

è chiara la distinzione delle funzioni?

(Guide per insegnanti)

Problemi per concorsi:

categoria a parte; *non hanno* (a rigore) *funzione didattica*

Problemi finali (*maturità* ...):

dovrebbero costituire *modello* di ciò che ci si aspetta.

Utilità di una classificazione

Con tutti i suoi difetti, una classificazione è utile perché aiuta il docente.

Gli permette di non confondere funzioni distinte.

Quando si prepara un problema o lo si sceglie da un libro di testo, ci si dovrebbe porre qualche domanda:

“*Questo problema perché lo do? con quali scopi? che cosa mi sto proponendo?*”

Problemi nei libri

Quando l’insegnante prende il problema da un libro di testo, ci trova indicato il ruolo, il significato, la funzione che quel problema vuole avere?

Non certo nello stesso libro che usano gli studenti; ma il testo dovrebbe essere corredato di una *guida per l’insegnante*.

Ho la sensazione che questo non succeda spesso; che normalmente non sia data una chiara indicazione del significato e del ruolo che hanno i vari problemi.

I problemi dei concorsi

Questa è una categoria un po' a parte: pensate alle prove di selezione per le Olimpiadi di Fisica.

Sono problemi coi quali si vogliono individuare gli studenti migliori.

Si può quindi dire — esagerando un po’ — che problemi di questo genere non hanno una funzione didattica.

Non è detto che un problema preparato per selezionare i ragazzi brillanti sia anche adatto per il lavoro didattico in una classe non selezionata.

Qualche volta si potrà usare, ma con un po’ d'attenzione.

I problemi finali

Sono quelli che servono come valutazione conclusiva di un corso di studi; da noi l'esame di stato (ex-maturità).

Come ho già detto, devono essere il più possibile *indipendenti* da com'è stata insegnata la materia dai vari insegnanti nelle diverse scuole.

Allo stesso tempo *costituiscono lo standard*: danno agli insegnanti l'indicazione di quello che si vuol intendere come “sapere la fisica”.

Di conseguenza è giusto che l'insegnante guardi a quei problemi come “modelli” e adegui ad essi il suo insegnamento.

Ecco perché è *particolarmente critico* come quei problemi vengono costruiti e formulati.

Modi di utilizzo

– scritto

– discussione

– interrogazione

– per casa

– ...

Scritto:

più accurato nell'enunciato (ma può essere aperto).

Interrogazione:

situazione più aperta (feedback) ma *orientata alla valutazione*.

Per casa e/o discussione:

aperta al massimo, adatta per *nuovi argomenti*.

Le diverse modalità non si escludono a vicenda.

Un insegnante potrebbe anche assegnare il lavoro a casa, poi farne oggetto d'interrogazione;

oppure assegnare il lavoro a casa per poi aprire una discussione coinvolgendo tutta la classe, ecc.

Se un problema viene pensato per un tipo d'impiego o per un altro, deve avere delle *caratteristiche diverse*, andrà pensato in modo diverso.

Per esempio: un problema preparato per uno *scritto* deve essere *particolarmente accurato*.

L'insegnante cioè deve *studiare bene l'enunciato*, perché lo studente deve *ricavare* dal testo scritto *tutte le informazioni* necessarie per risolvere il problema.

Un enunciato il più possibile accurato non esclude che il problema possa essere di tipo “aperto”: fra poco ci torneremo.

Se il problema viene usato per un'*interrogazione*, la situazione si presenta *più aperta.*

C'è *colloquio* tra l'insegnante e lo studente; ci saranno domande, risposte, nuove domande; il problema si può *chiarire e precisare* man mano.

La situazione è quindi *meno formalizzata*, ma al tempo stesso è strettamente finalizzata: *orientata alla valutazione*.

Il problema proposto *per casa* oppure per la *discussione in classe* — cose che non si escludono — è la condizione *aperta al massimo*, in cui possiamo dire: “*Provate a pensare un po' a questa situazione, poi ne riparliamo*”.

Si può proporre un enunciato *non completamente definito*.

È anche la situazione ideale per lo *sviluppo di nuovi argomenti*: si può proporre di pensare a cose che non sono state ancora trattate.

Ripeto: non si tratta di dare delle *regole precise* di comportamento, quanto d’indicare certi *criteri* che è utile avere presenti.

Importanza dei numeri

Può sembrare banale che i numeri siano componente essenziale di un problema.

Qualcuno potrebbe anche dire: "*E come si fa a fare problemi senza numeri*?"

Nei problemi ci sono sempre i numeri: "*Un corpo di massa m* = 2 kg *si muove lungo un piano inclinato, d'inclinazione* $\alpha = 35°$ *ecc.*".

Si tratta però di vedere che ruolo hanno, come vengono usati.

Proviamo quindi a chiederci: perché i numeri nei problemi?

Ecco un tentativo di risposte.

Perché i numeri nei problemi?

= pratica con le unità

– stime di ordini di grandezza

– scelta di approssimazioni e schematizzazioni

– confronto con la realtà.

Alcune risposte sono ovvie; altre forse lo sono un po' meno ma credo siano chiarissime.

Pratica con le unità di misura.

Non occorrono particolari spiegazioni.

Stime di ordini di grandezza.

Non è il tipo di problemi che di solito si trovano nei libri; anche per questo motivo vedremo in modo più dettagliato qualche esempio.

Scelta di approssimazioni e schematizzazioni.

Aspetto interessante e delicato, potrà apparire anche difficile; faremo degli esempi, e invito alla discussione.

Confronto con la realtà.

È in parte legato ai precedenti, come si potrà vedere dagli esempi.

1. (da E. Rogers: *Teaching Physics for the Inquiring Mind*)

Facendo ragionevoli ipotesi sulle dimensioni ecc., calcola la pressione che c'è nella canna di un fucile mentre parte un proiettile.

L'esplosivo della cartuccia produce in brevissimo tempo una grande quantità di gas molto caldo; la pressione del gas spinge il proiettile nella canna.

Fai opportune stime sulle dimensioni della canna e su tutte le altre grandezze che ti occorrono, e calcola la pressione media del gas nel tempo in cui il proiettile sta nel fucile.

Volutamente non ti vengono forniti dati numerici: dovrai inventare tu i valori che ti sembrano ragionevoli, e ricavarne una risposta numerica.

Poiché farai delle ipotesi e delle stime, dovrai esporle chiaramente, prima di usarle. Poiché sono soltanto stime, ci si aspetta solo una risposta grossolana; perciò verrà accettata qualunque risposta ragionevole, *purché tu abbia spiegato come ci sei arrivato*.

Enuncia in modo chiaro i valori dei dati che assumi e i principi fisici dei quali fai uso; descrivi poi il ragionamento che hai fatto.

Commenti

Questo modo di presentare un problema è assolutamente *non tradizionale* per noi, per diverse ragioni.

Una è che si tratta di una situazione decisamente aperta, in cui non è detto esattamente quello che si deve fare: non si dice "*Calcola questo, usa questa legge, ecc.*"

Inoltre *non ci sono dati numerici*, ma è lo studente che li deve trovare in qualche modo. (Va da sé che deve essere stato *abituato* a fare questo tipo di lavoro.)

Ma è soprattutto un'altra la caratteristica del problema: la *lunga spiegazione* di quello che ci si aspetta.

"*Io mi aspetto che tu faccia questo e faccia quest'altro; questo me lo dovrai spiegare, verrà valutato positivamente questo e non quest'altro, ecc.*".

Si può vedere il problema come una *sfida* tra l'insegnante e l'allievo.

Questi deve rispondere alla sfida, ma gli si dice in modo chiaro ed esteso quali sono le *regole del gioco*; la sfida non è al buio:

“*Tu, questo devi fare, questo mi devi spiegare, questo mi devi dire*”.

Sempre sullo stesso argomento — “stime degli ordini di grandezza” — propongo un secondo esempio che ha un'altra origine: è un problema pensato da chi vi parla, in occasione del concorso per il premio Salcioli.

2. (Premio Salcioli 1991 – triennio)

Un tubo cilindrico, di sezione 2 cm^2, porta acqua a una fontana, da cui esce con la portata di 0.1 litri/s.

a) Se in un litro d'acqua ci sono 3.3×10^{25} molecole, quante molecole escono dalla fontana ogni secondo?

b) Come si calcola la velocità media di una molecola?

La lampada del faro di un'automobile assorbe una corrente di 6 A. I conduttori che portano la corrente hanno una sezione di 1 mm^2.

c) Calcola la velocità media degli elettroni nei fili.

d) Come si spiega, dato che la velocità degli elettroni è così modesta, che i fari si accendono subito?

Nota: In questo problema mancano volutamente certi dati, che devi conoscere o stimare. Non sono richiesti calcoli precisi: è sufficiente l'ordine di grandezza.

Rispetto a un problema tradizionale, la difficoltà per lo studente è spostata a un altro livello: quello di *capire quali sono i dati di cui ha bisogno*.

Ad es. la carica dell'elettrone in realtà era fornita in una tabella a parte, comune a tutti i problemi, insieme alla costante di Avogadro e ad altre costanti inutili.

La cosa però era in parte esplicitata, come si vede dalla Nota.

In particolare il solutore non si doveva preoccupare di sapere *esattamente* quanti elettroni ci sono in un cm^3 di metallo; l'importante era saperne *stimar*e l'ordine di grandezza o comunque *ricavarlo* a partire da altri dati.

Sempre sulla questione della stima degli ordini di grandezza, c'è anche l'es. 3: l’indicazione “originale” vuol dire semplicemente che è un problema elaborato da me (parecchi anni fa).

Veniva usato, nei due anni in cui tenni il corso di Fisica I, come *discussione in classe*, cioè durante le esercitazioni, in modo aperto.

3. (originale)

Stimare la velocità di caduta delle gocce di pioggia (ordine di grandezza).
Suggerimenti:

– Se si va in bicicletta sotto la pioggia ...

– Le tracce lasciate dalla pioggia sui vetri laterali di una macchina ...

Scegliendo una ragionevole altezza delle nuvole e trascurando in un primo tempo la resistenza dell'aria, che velocità si trova? Il risultato indica che ...

Mostrare che se la resistenza dell'aria aumenta con la velocità, certamente le gocce non possono superare una velocità limite.

Poiché la velocità stimata è molto minore di quella che si avrebbe in assenza di aria, ne segue che le gocce raggiungono questa velocità limite poco tempo dopo la partenza, e poi ...

La discussione comincia chiedendo:

"*Ragazzi, con che velocità cade la pioggia*?"

La reazione tipica degli studenti, anche universitari, è:

"*Boh*!? *E chi lo sa*?"

Dopo di che bisogna indurli a pensare:

"*Pensate se non c'è qualche maniera di arrivarci*".

Gli studenti cominciano a pensare, qualcuno spara delle cose senza senso, qualcun altro dice:

"*Ah, già ... però*! *Se vado in bicicletta ...*"

E pian piano si costruisce una serie d'ipotesi e di procedimenti con cui si può fare una stima.

Una *stima*, non una misura: l'importante è che alla fine della discussione ci si è fatta un'idea di quale sia l'ordine di grandezza della velocità delle gocce di pioggia.

Raggiunto questo primo obbiettivo, si prosegue indagando altri aspetti, collegati alla questione delle schematizzazioni e approssimazioni.

Si chiede ancora:

"*Calcolate con che velocità cadrebbero le gocce se non ci fosse la resistenza dell'aria*".

A questo punto emerge sempre una nuova difficoltà: gli studenti non sanno a che altezza stanno le nuvole: "*Boh*!" di nuovo.

Superata la nuova difficoltà, lo studente scopre che se le gocce cadessero senza la resistenza dell'aria raggiungerebbero una velocità di *qualche ordine di grandezza maggiore* di quella stimata precedentemente

Si convince così che la resistenza dell'aria non solo è importante ma è *assolutamente dominante* in queste condizioni.

Lo scopo dell'esempio è di delineare lo schema del ragionamento.

Dapprima si cerca di fare una *stima quantitativa* (ordine di grandezza) di una certa grandezza fisica di cui inizialmente non si sa nulla

Poi si confronta il risultato ottenuto con un *modello teorico*, il più semplice possibile, nel nostro caso quello della caduta libera

Si vede che *il modello* teorico *non rispecchia* assolutamente *i fatti* osservati, e che quindi *bisogna introdurre una correzione* importante, la resistenza dell'aria.

Anche l'aspetto "confronto con la realtà" appare così legato alla *trattazione quantitativa*, cioè numerica, del problema.

Come trattare le schematizzazioni?

Bisogna *abituare gli studenti* a saper fare le schematizzazioni e le approssimazioni adeguate.

Come primo passo, a saper riconoscere e padroneggiare le schematizzazioni entro le quali imparano a risolvere i problemi.

Sarebbe quindi opportuno che le schematizzazioni richieste per la soluzione di un problema fossero o *indicate esplicitamente* oppure *ricavabili facilmente* dai dati.

Per rimanere all'ultimo esempio, le due possibilità sono:

a) dire nel testo del problema: “La schematizzazione da fare è questa: si trascuri la resistenza dell'aria ...”,

b) fare in modo che dall'enunciato del problema sia chiaro che sta allo studente capire se potrà o no trascurare la resistenza dell'aria.

Mi pare invece che la tendenza prevalente sia un'altra: di regola *non si dice* quale schematizzazione sia da adottare, in quanto *la si dà come tacitamente sottintesa*.

C'è una certa specie di tradizione non scritta che *certe cose si fanno* (sempre e solo) *in un certo modo*.

Ma per spiegarsi meglio è opportuno vedere degli esempi.

4. (Maturità sperimentale 1980 – 3)

In un tubo a raggi catodici un pennello di elettroni accelerato da una ddp U_0 forma una immagine puntiforme sul fondo del tubo. La lunghezza delle piastre piane deflettrici è l, la loro distanza è d; il fascio passa tra di esse a distanza $d/2$ da ciascuna. La distanza dell'estremo delle piastre dallo schermo è L e la ddp tra le piastre è U.

Si determini lo spostamento provocato sull'immagine puntiforme dalla ddp U. Per quale valore di U lo spostamento sarà di 1 cm quando sia: $U_0 = 100$ volt, $l = 2$ cm, $L = 20$ cm, $d = 1$ cm.

[...]

Qui la cosa importante è che la lunghezza delle piastre piane deflettrici è 2 cm, mentre la loro distanza è 1 cm.

È chiaro dalle domande che lo studente dovrà supporre *uniforme* il campo elettrico tra le due piastrine e *nullo* immediatamente fuori.

Ma con quella geometria e con quelle dimensioni (2 cm × 1 cm) tali assunzioni *non rispondono assolutamente al vero*.

(Del resto lo studente non è in grado di valutare in che misura il risultato così ottenuto possa avvicinarsi alla situazione reale.)

Abbiamo quindi un enunciato in cui si *dà per scontato* che chi risolve il problema adotti una certa schematizzazione, ma nello stesso tempo si danno dei numeri che sono *incompatibili* con quella schematizzazione.

5. (Maturità sperimentale 1985 – 3)

Un corpuscolo carico con massa pari a 3 g è tenuto sospeso in aria in un punto P da un campo elettrico uniforme diretto verticalmente, dal basso verso l'alto, del valore di 1000 N/C.

Si vuol conoscere:

– quant'è la carica del corpuscolo e di che segno è.

Si spieghi cosa si intende per campo elettrico in P.

Si indichino le due energie potenziali possedute dal corpuscolo, si specifichi in che rapporto stanno e se ne dia una valutazione tenendo conto che il corpuscolo si trova a 100 m dal livello del mare.

Limitiamoci alla prima domanda.

Appena letto questo problema, il mio commento fu:

“Salute! e che carica ci vuole?”

Basta un po’ di pratica per riconoscere che un campo elettrostatico di 1000 N/C è *debole*, e che se si vuole che riesca a contrastare la forza di gravità su un oggetto che ha massa 3 g ci vuole *un bel po' di carica*.

A conti fatti, si trova che la carica risulta di circa 30 μC, che può sembrare ancora una carica piccola solo a chi non ha mai fatto alcuna esercitazione numerica in elettrostatica.

Ma proviamo a *valutare le dimensioni* di un tale corpuscolo di 3 g di massa, e il *potenziale* che avrebbe con quella carica.

Facendo una stima ragionevole della dimensione (con una densità di $2 \div 3$ g/cm^3) il diametro sarebbe poco più di 1 cm ... si può chiamare ancora “corpuscolo”?

Viene quindi fuori un potenziale di alcune *decine di milioni di volt*.

Il peggio (l'aspetto diseducativo) è che lo studente ingenuo *non si fa nessuna domanda*; conosce le formulette, conosce la relazione tra campo elettrico e forza, mette insieme le cose e risolve tutto.

Sotto c'è una situazione fisica assolutamente non reale, e se lo studente è un po' più acuto e se ne rende conto, lo si potrebbe mettere in difficoltà.

O peggio: è probabile che lo studente "acuto" abbia capito da tempo che la fisica dei libri e degli esami *non riguarda il mondo reale*...

Cosa bisogna fare?

Non voglio dire che non si debbono proporre problemi come quelli degli ultimi due esempi.

Ma che andrebbero enunciati, e poi se ne dovrebbe *discutere l'enunciato*: andrebbe chiarito per es. che nel caso delle placchette il campo elettrico *non può essere davvero uniforme*, ecc.

Che se un ingegnere dovesse progettare quell'apparato, *non potrebbe permettersi* una tale schematizzazione.

Ma noi, che non abbiamo né le esigenze di un ingegnere, né i suoi strumenti tecnici e concettuali, per farci una prima idea di quello che succede possiamo adottare la schematizzazione, *prendendola per quello che vale*.

6. (Maturità sperimentale 1989 – 1)

Due fili rettilinei paralleli indefiniti, distanti d l'uno dall'altro, sono percorsi in verso opposto da una stessa corrente d'intensità i. Si consideri in un piano perpendicolare ai fili la retta che rappresenta l'asse del segmento avente per estremi le intersezioni dei due fili con il piano.

Si determini il vettore induzione magnetica $\vec{B}$ in un punto generico della retta suddetta.

Si dica quanto vale l'intensità di $\vec{B}$ in un punto di detto piano le cui distanze dai due fili si possono ritenere uguali.

Anche qui abbiamo una situazione canonica: due fili paralleli sono percorsi da correnti uguali in senso opposto e si chiede di calcolare il campo magnetico in vari punti dello spazio.

Lascia però assai perplessi la domanda finale, con la frase misteriosa:

"*le cui distanze ... si possono ritenere uguali*".

Prima ipotesi: forse si pensa al piano mediano?

Ma allora le distanze *sono* uguali, non "si possono ritenere"!

Sono quindi arrivato a pensare che probabilmente significa "a grande distanza".

Ma se è a grande distanza cosa vuol dire? che allora, essendo le distanze uguali, i due campi si cancellano esattamente e il campo totale è zero?

Questo non è rigorosamente vero, il campo considerato non è zero in nessun punto; si tratta di un campo che va a zero più rapidamente di quello dato da un filo solo (come $1/r^2$ anziché $1/r$, per la precisione).

Ma uno studente liceale questo non è tenuto a saperlo!

Abbiamo quindi da una parte la *formulazione oscura*, da cui non si capisce che cosa si vuole esattamente; dall'altra la *mancanza d'informazioni* sul tipo di schematizzazione che s'intende suggerire.

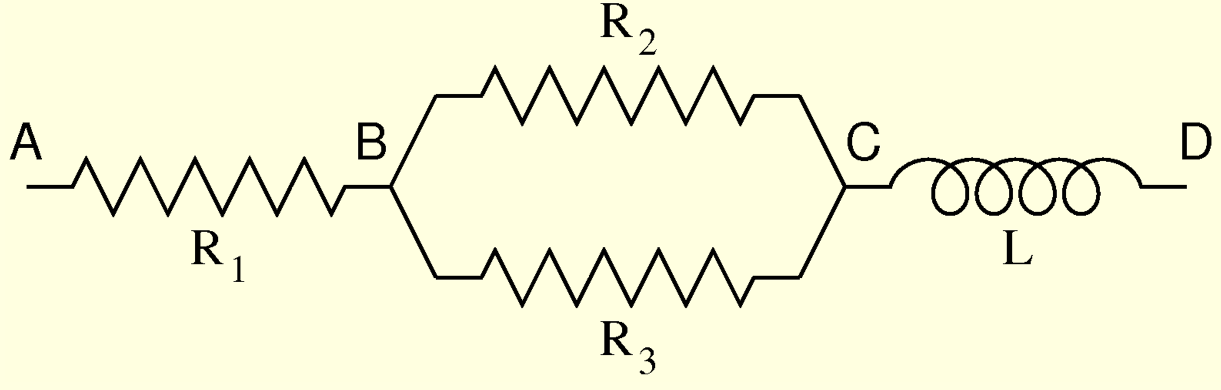
Ci si aspetta che si mettano le distanze uguali e quindi si risponda *tout court* “campo nullo”, o si richiede un'approssimazione più raffinata e lo studio del campo $\propto 1/r^2$?

L’unico motivo per propendere verso la prima ipotesi è che l'altra trascende le possibilità di uno studente alla maturità.

11. (Esame di Stato “Brocca” 2002)

Una parte di un circuito (in figura) è costituita da tre resistori (R_1 = 100 Ω, R_2 = 200 Ω, R_3 = 300 Ω) e da un solenoide posto in aria. Questo è lungo 5 cm, ha una sezione circolare di 16 cm^2 ed è formato da 1000 spire di resistenza trascurabile.

All'interno del solenoide si trova un piccolo ago magnetico che, quando non vi è passaggio di corrente, è perpendicolare all'asse del solenoide perché risente soltanto del campo magnetico terrestre ($B_t = 2 \times 10^{-5}$ T).



Il candidato:

1 – esponga le sue conoscenze riguardo al campo magnetico terrestre e all'uso della bussola magnetica;

2 – spieghi il concetto di resistenza elettrica, descriva il tipo di collegamento dei tre resistori R_1, R_2 e R_3 e ne calcoli la resistenza totale;

3 – spieghi il concetto d'induttanza e calcoli l'induttanza del solenoide, dopo aver dimostrato come si ricava la formula per il suo calcolo;

4 – avendo osservato che l'ago magnetico ha subito una deviazione, con un angolo di 30° rispetto alla direzione originale, calcoli, in μA, l'intensità della corrente che attraversa ognuna delle tre resistenze ed il solenoide;

5 – nelle stesse condizioni precedenti, calcoli il potenziale elettrico nei punti A, B, e C, sapendo che il punto D è collegato a massa;

6 – sapendo che tra A e D è mantenuta la differenza di potenziale già calcolata, ricavi l'angolo di deviazione dell'ago magnetico che si ottiene eliminando il resistore R_3 e interrompendo, perciò, quel tratto di circuito.

Cominciamo dall'indicazione che il solenoide è di *resistenza trascurabile*.

Suggerisco di provare a vedere che filo ci vuole per far entrare 1000 spire in 5 cm, e poi di calcolarne la resistenza.

Se il filo è di rame, la resistenza risulta oltre 1200 Ω.

Si può pensare a un avvolgimento in più strati, ma anche con 10 strati si scende a 12 Ω: non proprio trascurabile rispetto ai resistori assegnati.

Non mi meraviglio: chi una bobina l'ha vista solo nei libri (il "mondo di carta" di Galileo) difficilmente può avere questa sensibilità verso i dati reali, e non riterrà neppure così importante preoccuparsene.

In fondo, ai fini dei calcoli richiesti, che importanza ha tutto questo?

Passiamo ora alla formula dell'induttanza.

Al candidato si richiede il calcolo “dopo aver dimostrato come si ricava la formula”.

Ma quale formula, e quale dimostrazione poteva avere in mente l'estensore?

Non mi sembra che possano esserci dubbi, visto il carattere della prova; dal candidato ci si aspetta:

a) che conosca l'espressione del campo magnetico all'interno di un solenoide *infinito*;

b) che sappia che l'induttanza è definita dalla relazione $\Phi = L\,I$;

c) infine che calcoli Φ moltiplicando il flusso concatenato con una spira per il numero di spire.

Se lo studente è preparato (e se il libro su cui ha studiato è ben fatto) dovrebbe conoscere un ragionamento più o meno come questo:

“Se il solenoide è molto lungo, per gran parte della sua lunghezza il campo non differirà apprezzabilmente da quello del solenoide infinito.

Perciò per quasi tutte le spire (eccettuate le poche vicine agli estremi) il calcolo del flusso si può fare usando il campo del solenoide infinito”.

Solo che il nostro solenoide è lungo 5 cm e ha un diametro di 4.5 cm...

Sappiamo tutti che la gran parte degli studenti, compresi i più bravi, non si pongono affatto il problema: l'unico insieme di regole che potrebbero usare sono quelle, e quelle usano.

Per loro il campo in un solenoide ha una sola espressione possibile, ecc. ecc.

Non importa che il solenoide sia *largo quanto lungo*, e che quindi il campo all'interno non sia affatto uniforme, e decisamente minore di quello che sarebbe se il solenoide fosse infinito.

(A titolo di curiosità, l'induttanza calcolata come detto sopra riesce sbagliata per un buon 30%.)

Così è contento chi ha proposto il problema, contento il ragazzo che ha visto come risolverlo, contento l'esaminatore che lo deve valutare...

Che importa che la fisica abiti a tutt'altro indirizzo?

Ma vediamo un esempio costruito in modo del tutto diverso.

7. (originale)

Un astronauta sulla Luna (senza atmosfera) spara un colpo di pistola verso l'alto, in direzione verticale. Il proiettile esce dall'arma alla velocità di 700 m/s. A che altezza arriva?

(Si può trascurare la rotazione della Luna; il campo gravitazionale alla superficie vale 1.62 N/kg).

Cosa c'è sotto? Si tratta di capire se per questo calcolo il campo gravitazionale della Luna *può essere supposto uniforme* oppure no.

Sfortunatamente — ed è questo il bello del problema — uno non lo può sapere *finché non fa i conti*.

Se quel proiettile sale di 100 m, considerato che il raggio della Luna è di circa 1700 km, potremo senz'altro ritenere che il campo gravitazionale per quel tratto *non cambia apprezzabilmente*.

Se invece il risultato è di 1000 km le cose si complicano.

Il campo non può essere più ritenuto uniforme; bisogna risolvere il problema tenendo conto della variazione del campo, o meglio usando la conservazione dell'energia con la forma esatta del potenziale gravitazionale.

Se non si fa uso esplicito dei valori numerici *non si può sapere* quale sia la schematizzazione adeguata.

L'uso dei numeri in questo problema è dunque decisamente diverso dal solito: tradizionalmente si cerca prima di risolvere un problema in modo formale, e *solo da ultimo* si ricavano i risultati quantitativi a partire dai dati numerici.

Se lo studente non arriva a questo punto, magari per mancanza di tempo (così dice lui ...) si tende a giustificarlo: “Non ha fatto i calcoli numerici ... ma sostanzialmente ...”.

Di fatto ciò *non avrà un gran peso* nella valutazione.

Qui invece si chiede di comportarsi in maniera diversa: di seguire un procedimento di *approssimazioni successive*.

Provare dapprima a mettere dei numeri supponendo il campo uniforme, per accorgersi che viene una distanza molto grande.

Quindi la schematizzazione di campo uniforme non è corretta e la soluzione va ricercata in un altro modo.

Come vanno trattati i dati?

Sono da considerare come risultati di misure, con errore implicito nel numero di cifre?

Esaminando la pratica corrente si vede un uso più libero, che ci sembra preferibile:

– trattare i dati numerici come *convenzionali*, ossia *non affetti da errori*

– condurre i calcoli con le sole *precauzioni elementari* (cancellazioni)

– *eccezione*: solo se il problema propone una *situazione sperimentale* preoccuparsi della “propagazione degli errori”.

Criterio metodologico sottostante:

una cosa sono gli *errori di misura*, e un'altra le *approssimazioni numeriche*.

Ci stiamo chiedendo:

– quante sono le cifre significative di un certo valore numerico?

– come si devono trattare?

– come tener conto di errori?

E soprattutto:

– che cosa dobbiamo chiedere agli studenti?

– che cosa vogliamo da loro, quando fanno i conti?

Ho notato in diverse occasioni questo punto di vista (teorico): che i dati numerici di un problema siano da trattare come se fossero *risultati di misure*, in cui *l'errore* non è dato esplicitamente ma *è sottinteso*, indicato in modo implicito dal *numero di cifre scritte*.

Però la *pratica* corrente, quella che in realtà quasi tutti usiamo (compresi i libri quando mostrano soluzioni di problemi) appare *diversa*.

L'uso dei numeri è molto *più libero* e non si rilevano rigide applicazioni di regole prefissate.

Stando così le cose, è possibile definire e giustificare una linea di comportamento?

Vorrei indicare una proposta, una regola semplice e pratica cui attenersi.

Sono pressoché certo che la proposta incontrerà dei dissensi, e ne discuteremo.

Una proposta

La proposta è: trattare i dati numerici come "convenzionali" ossia *non affetti da errori*.

In altre parole i dati che si usano per fare dei conti nei problemi non dovrebbero essere visti come risultati di misure, salvo un caso — un'eccezione — su cui tornerò tra poco.

Quindi generalmente *non si deve intendere* che il numero di cifre possa dare un'indicazione di un errore associato.

Di conseguenza si dovrebbe richiedere di condurre i calcoli "con le sole precauzioni elementari", con ciò intendendo di fare attenzione ad alcuni possibili trabocchetti, il più classico dei quali è la cosiddetta *cancellazione*.

Parziale giustificazione

Il numero di cifre da tenere nei singoli passaggi *non rappresenta un problema*.

Oggi esistono calcolatori tascabili di tutte le specie, per cui *non hanno più senso* tutte quelle preoccupazioni circa le cifre da tenere.

Il calcolatorino conserva le cifre in memoria; chi fa i calcoli alla fine tira fuori il risultato finale, ed è tutto.

(A patto che l'utilizzatore sappia come eseguire sequenze di operazioni *senza trascrivere* a mano i risultati intermedi...)

Origine del problema del numero di cifre

Per capire il significato della prescrizione tradizionale, di tenere nei calcoli intermedi tutte e solo le cifre “significative”, *occorre ricordarne l'origine*.

Essa è nata quando i calcoli si facevano sostanzialmente *a mano* (senza calcolatori, tanto meno tascabili, ma al più coi logaritmi).

Si poneva allora il problema di lavorare col *minor numero di cifre* possibili, sia *per risparmiare tempo*, sia *per fare meno errori*.

D'altra parte si doveva anche evitare che con un numero di cifre *troppo ridotto* si finisse per *introdurre ulteriori errori* (di arrotondamento) che avrebbero peggiorato l'incertezza già insita nei dati di partenza.

A questo punto è bene chiarire che ci sono *due aspetti* concettualmente indipendenti, che *occorre tenere distinti*, ma che spesso invece *vengono confusi* in questa problematica delle cifre significative.

1. Primo aspetto: l'incertezza dei dati di partenza (gli *errori di misura*), che è un problema di *natura fisica*.

I *risultati* di una misura *sono affetti da incertezze* a causa della fisica stessa del problema e dipendono da come abbiamo fatto le misure (strumento usato, disturbi non eliminati, errori sistematici ...).

2. Il secondo aspetto è *puramente matematico*: i numeri vengono rappresentati con un *numero di cifre* necessariamente *finito* e ciò comporta un'approssimazione.

Maggiore è il numero di cifre usate, migliore è la precisione della rappresentazione e l'approssimazione dei dati e dei risultati del calcolo.

E qui nasce il problema pratico: *molte cifre* significano *più lavoro* e maggiore *possibilità di errori*.

Ma i calcolatorini di oggi lavorano con 12 o 13 cifre, che sono sempre largamente sufficienti; quindi *il problema matematico non c'è più* e possiamo fare i calcoli in piena libertà.

C'è un'unica eccezione: un problema può proporre esplicitamente una situazione sperimentale.

"*È stata misurata una certa grandezza* ...", oppure

"*Con quale errore si deve misurare una certa cosa per ottenere un certo risultato*?"

In quel caso è necessario, e non solo opportuno, preoccuparsi della *propagazione degli errori*, sia pure in un modo non del tutto rigoroso, adatto al livello scolastico di cui stiamo parlando.

La proposta che ho descritto mira proprio a *tenere distinti* i due aspetti citati.

Riassumendo

a) Nella soluzione di un problema *non ci sono* errori di misura di cui tener conto, a meno che non lo si dica *esplicitamente* nell'enunciato; al contrario le approssimazioni numeriche ci sono per forza.

b) Se il calcolo viene fatto con un *calcolatore tascabile*, si può essere certi di aver conservato molte più cifre di quante ne possano occorrere in qualunque problema, salvo casi veramente straordinari o scelti apposta.

c) Il risultato finale verrà dato con *due o tre cifre* (attorno all'1% in termini relativi) a meno che l'enunciato del problema non richieda diversamente.

Problemi aperti e problemi chiusi

“Aperto” significa *situazione non ben definita*, tanto nei dati quanto nelle domande.

Però: *un problema aperto non è un indovinello*! Non si deve chiedere di “leggere nel pensiero”...

Definisco un problema "aperto" quando la situazione che viene descritta non è ben definita, per una o per l'altra di due ragioni, che possono anche essere presenti insieme.

La prima è che nel problema non vengano forniti — in tutto o in parte — tutti *i dati necessari*.

Richiamo l'es. 1 (di Rogers) che in poche parole dice:

"*Veditela te quanto è grossa la canna del fucile ... qual è la massa del proiettile ... insomma, quello che ti serve per risolvere il problema te lo devi cercare da solo*".

La seconda è che *le domande* stesse *non siano ben definite.*

Invece di chiedere: "*Calcola la tal cosa ...*"

si chiede per esempio: "*Dimmi che succede se ...*"

Lo studente, prima di pensare alla risposta, *deve precisare* la stessa domanda.

Posso immaginare come questo sia un tipo di problemi che l'insegnante vede con sospetto: li considera difficili da *inventare*, difficili da *proporre*, difficili da *correggere* e da *valutare*.

Vero, ma bisogna anche riconoscere che sono i problemi dove *c'è più fisica*.

Dico di più: *l'ideale* di un insegnamento della fisica sarebbe di *mettere* gli studenti *in grado di affrontare* problemi di *questo* tipo.

Del resto quando un fisico *fa il suo lavoro* questi sono i problemi che incontra: non ha mai davanti un problema coi dati, le equazioni ... e una domanda precisa.

Almeno la domanda se la deve inventare lui.

Però *un problema aperto è una cosa e un indovinello è un'altra*.

Problema aperto non significa porre una qualunque domanda possa saltare in testa e pretendere che lo studente debba indovinare quello che ci si aspetta come risposta.

Lo studente non deve essere chiamato a *leggerci nel pensiero*.

Invece a volte capita di trovarsi in una situazione da “indovinello”, come si può vedere attraverso un paio di esempi.

8. (da P. Tipler: *Invito alla Fisica*)

È possibile, in linea di principio, che la Terra riesca a sottrarsi all'attrazione gravitazionale del Sole?

Tra gli esempi che sto proponendo questo problema costituisce un'eccezione, in quanto è tratto da un libro di testo.

Non sarebbe giusto prendersela con quel particolare libro di testo, perché per puro caso l'avevo sotto mano; quindi il giudizio su questo problema non è un giudizio sul libro.

Cosa può pensare uno studente che legge il problema?

Già l'affermazione "*in linea di principio ...*" appare oscura.

Poi che vuol dire "*riesca a sottrarsi all'attrazione gravitazionale del Sole*"?

Forse che qualcuno con un razzo possa dare una bella spinta alla Terra? ... oppure che lo possa fare da sola? ...

Ancora: si veda l'espressione poco felice: "... la Terra *riesca* a sottrarsi", come se la Terra un bel giorno potesse dire: "*Mi sono stufata ... mi voglio sottrarre all'attrazione del Sole*".

9. (Maturità sperimentale 1986 – 3)

Due fili di rame di sezione circolare sono lunghi 8 m ed hanno diametro pari a 0.2 mm. La resistività del rame è $\rho = 1.7 \times 10^{-8}\ \Omega$ m.

Si vuol conoscere:

a) quali correnti li attraversino se si applica agli estremi di ogni filo la ddp di 12 V.

b) se si possano ipotizzare casi in cui le correnti, nella situazione sopra indicata, siano significativamente differenti.

c) se si sostituisce il rame con l'alluminio (la conducibilità del secondo è circa i due terzi di quella del primo), come si comportano le correnti nel primo caso.

Nella domanda *a*) si è detto che la differenza di potenziale è la stessa; inoltre la resistività dei conduttori è la stessa, la lunghezza, la sezione, il diametro sono gli stessi: poi si ipotizza che le correnti possano essere differenti.

Ho un vago sospetto di quello che poteva avere in testa chi ha pensato questo problema, ma non ne sono affatto sicuro.
(Mi piacerebbe sentire le vostre ipotesi...)

Lo considero un indovinello, appunto perché non si capisce cosa si chiede: si può solo tirare a indovinare.

(Sorvoliamo sulla corrente risultante (circa 2.8 A) che probabilmente arriverebbe a fondere fili così sottili...)

Problemi belli e problemi brutti

Questione di gusti? Non del tutto...

Problema bello:

Coglie ciò che riteniamo *importante* nella fisica che vogliamo insegnare.

Problema brutto:

Banale, poco significativo, o addirittura *trasmette un messaggio errato*.

A questo proposito vi propongo una citazione di Rogers.

La questione che pone Rogers è: cosa cerchiamo quando prepariamo delle prove, un esame: vogliamo vedere se lo studente *conosce* certe cose o se *ha capito* certe cose?

[...] *Se il nostro obbiettivo è la comprensione, come la gran parte degli insegnanti di* qualsiasi *corso di fisica dichiarano, dobbiamo esaminare con molta attenzione le nostre prove d'esame.*

Supponiamo di aver tenuto un corso di grande respiro, nel quale abbiamo insegnato nel modo migliore argomenti scelti per mostrare la natura delle leggi fisiche, per illustrare il carattere delle argomentazioni teoriche, per chiarire che pensare in modo scientifico significa ragionare correttamente su dati selezionati con cura.

Se poi all'esame finale poniamo la domanda "quanto tempo impiega un sasso a cadere da fermo in un pozzo profondo 12 *metri?" avremo smentito le nostre dichiarazioni.*

Poco male se c'è una sola domanda di questo tipo; anzi essa può mettere a suo agio lo studente che dai suoi studi precedenti abbia tratto la convinzione che la fisica consiste nel "mettere i numeri nella formula giusta".

Può anche servire come mezzo "disciplinare" per costringere a leggere e a studiare.

Inoltre incoraggia il principiante, proponendogli un compito iniziale modesto, che non richiede praticamente nessuno sforzo mentale.

A titolo di cortesia faremmo quindi bene a inserire qualche domanda di questo tipo; ma se ne metteremo parecchie, nelle prove in corso d'anno o nell'esame finale, avremo rovinato il corso: gli studenti si prepareranno in funzione di quelle domande; gli studenti dell'anno successivo lo verranno a sapere e daranno scarso peso alle questioni più profonde, alle discussioni filosofiche: il consiglio che gli verrà trasmesso sarà "imparati le formule e studiati le leggi la notte prima dell'esame".

Un collega in visita da un'altra scuola, che desideri informazioni sul nostro corso, farà bene a chiederci per prima cosa: “Posso vedere i tuoi problemi d'esame?*”*.

Dopo di che inarcherà le sopracciglia e se ne andrà via assai dubbioso. [...]

Fermiamoci un momento sulla questione del *sapere a memoria le formule*.

Da un punto di vista spicciolo si può porre in questi termini:

– Lo studente che svolge un compito o che sostiene un esame scritto può portarsi un libro?

– Gli si può permettere di avere accesso alle formule, a dati numerici ecc.?

Le posizioni di diversi insegnanti possono essere opposte.

Qual è la posizione di Rogers?

[...] *Per convincere gli studenti che non mi aspetto da loro che sappiano semplicemente mettere certi numeri in certe formule, io uso impegnarmi pubblicamente, all'inizio del corso, che* in tutte le prove le formule occorrenti saranno liberamente disponibili.

Difatti molte formule (senza spiegazioni) si trovano stampate sui moduli che usiamo per gli esami.

Ciò nonostante, la matricola diffidente alla vigilia della prima prova impara a memoria

$$s = v_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2$$

e si trova di fronte alle seguenti domande:

Nella relazione $s = v_0\, t + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2$

a) che cosa è v_0 ?

b) che cosa esprime $v_0 t$?

c) spiega da dove viene il fattore 1/2.

Dunque la formula è data, *ma su di essa vengono poste domande "imbarazzanti".*

Potrebbe essere interessante seguire ogni tanto questa strada; perché non provare?

Non facendo solo richieste del tipo:

“*Calcola questo ... Si determini la tal cosa ...*”

Ma dando problemi dove si chiede:

“*Perché compare il fattore* 1/2 *in quella formula? Che cosa vuol dire quel certo simbolo*?”

E così via.

Difficoltà nel valutare una soluzione

Spesso ci si trova in difficoltà: lo studente *spiega cose ovvie*, poi *omette spiegazioni* che riteniamo *importanti*.

Due osservazioni:

– Può darsi che il difetto sia nell'enunciato del problema.

– Insegnare significa, in una certa misura, *educare al consenso*.

Però è una questione di *misura*:

– SÌ regole del gioco

– NO catechismi

– NO “lettura del pensiero”.

Consiglio finale:

Chi prepara un problema dovrebbe sempre *far provare la soluzione a un collega*.

Spieghiamo

In primo luogo, dovremmo cercare di capire, con onestà, *se il difetto non sia nell'enunciato* stesso del problema.

Sulla linea dell'es. 1 che abbiamo visto, sarebbe bene che l'enunciato del problema mettesse bene in chiaro "*le regole del gioco*": quello che si vuole e quello che non si vuole dallo studente; quello che si dà o no per scontato.

L'enunciato probabilmente si allungherà, e questo certamente è un inconveniente; ma può essere utile se permette ovviare alle difficoltà che si possono presentare dopo.

Ho scritto che insegnare significa anche, in qualche misura, “educare al consenso”. Che cosa intendo?

Chi studia deve imparare quali sono le cose da noi ritenute *importanti*, quali sono accettate come *pacifiche*, quali quelle su cui *c'è da discutere*...

Banalizzando potrei dire che lo studente deve imparare a riconoscere quali sono le cose che il professore *vuole gli siano dette*!

Al di là della battuta, ciò fa parte di qualunque forma d'insegnamento, di qualunque materia, e *la fisica non fa eccezione*.

Resta una *questione di misura*, perché non bisogna nemmeno che l'insegnamento assuma forma di *catechismo*.

Come nell'es. 4, in cui “i condensatori sono sempre *piani e ideali*, e quindi il campo elettrico *dentro* un condensatore è sempre *uniforme* e *zero fuori*”, come se le dimensioni non fossero cosa di cui preoccuparsi.

E non bisogna neppure pretendere, come ho già detto, che lo studente impari a *leggere nel pensiero* del docente.

Ecco un esempio che può essere caratteristico.

Immaginate un problema in cui una particella si muove in un campo magnetico uniforme, con velocità iniziale perpendicolare al campo, così da avere una traiettoria circolare.

Se nel problema serve di calcolare il raggio di questa traiettoria, può capitare che lo studente usi direttamente la formula; la sa, magari l'ha imparata a memoria, che altro deve fare?

10. (Maturità sperimentale 1983 – 3)

Un fascio di protoni, ciascuno dei quali possiede una energia cinetica E_c, è proiettato in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$.

Nella ipotesi che la direzione del fascio sia perpendicolare a $\vec{B}$, si determini in funzione di B, il raggio e il periodo del moto circolare risultante.

[...]

L'insegnante potrebbe obiettare: “*Ma io volevo che la ricavasse*” oppure “*volevo che mostrasse che l'ha capita*”.

Questo, ancora una volta, significa non aver chiarito le *regole del gioco*.

Se tu vuoi che te la ricavi, dillo.

Se vuoi assicurarti che l'ha capita, invece di limitarti a chiedere quant'è il raggio, aggiungi — alla maniera di Rogers — un'altra domanda, per esempio:

“*Come mai nel raggio, alla fine del conto, entra la massa della particella*?”

Oppure:

“*Perch*é *la velocità della particella ha importanza per determinare il raggio della traiettoria*?”

Un modo complicato per bruciare una lampadina

Vorrei ora cercare di dare qualche indicazione in positivo.

Ho buttato giù un testo di problema che a mio parere non presenta i difetti dei precedenti, mentre invece cerca di portare lo studente in direzioni più significative per la fisica, e sulle quali è quindi giusto basare una valutazione.

12. (originale)

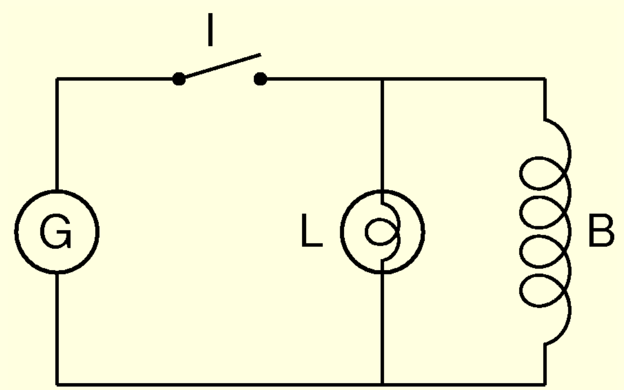
Rispondi alle seguenti domande:

a) Una lampadina porta sulla ghiera la scritta: “24 V 0.1 A.” Che cosa significa questa scritta?

b) Misurando la resistenza ho trovato 30 Ω: ti sembra coerente con le indicazioni scritte sulla lampadina?

c) La resistenza di un conduttore metallico è grosso modo proporzionale alla sua temperatura assoluta. Su questa base, potresti stimare la temperatura che il filamento della lampadina raggiunge quando è accesa?

d) Abbiamo costruito il circuito in figura, dove G è un generatore di f.e.m. 6 V e resistenza interna trascurabile, L la lampadina, I un interruttore, B una bobina con induttanza 10 H e resistenza 60 Ω. Chiudendo I si osserva che il filamento della lampadina si arrossa appena. Spiegare.



e) Se ora si apre bruscamente I, si vede che L si accende per un breve istante. Come puoi spiegarlo?

f) Pensando all'energia immagazzinata in B, e alla potenza che L dissipa quando è accesa, sapresti stimare quando dura il lampo della lampadina?

g) Descrivi quello che accade se si ripete l'esperimento usando per G un generatore di f.e.m. 12 V, e sempre di resistenza interna trascurabile.

Ho tentato di proporre domande di *difficoltà graduata*: le prime tre dovrebbero riuscire piuttosto semplici, la quarta appena più complicata (c'è da analizzare un semplice circuito con due soli componenti in parallelo).

La quinta domanda non è molto difficile se ci si limita al *qualitativo* (la corrente nell'induttanza non può annullarsi bruscamente, quindi prende la sola via possibile: attraverso la lampadina).

Ma se si vuole spiegare il “breve istante”, occorre conoscere il comportamento del circuito LR, anche senza ricorrere alla legge quantitativa della scarica.

La domanda *f*) è di tipo un po' insolito, perché richiede una *stima*, non un calcolo: l'energia disponibile è $\frac{1}{2} L I^2$, mentre la lampadina dissipa una potenza $R I^2$, quindi l'energia basterà per un tempo dell'ordine di $L / (2R)$.

Anzi di più, perché la corrente va calando.

Infine alla *g*) si dovrebbe rispondere: probabilmente la lampadina *si brucerà*, perché verrà attraversata da una corrente doppia di quella nominale, quindi con potenza dissipata quadrupla.

Avrete notato che *la richiesta di formule e l'incidenza di calcoli è minima*: la difficoltà sta tutta nel capire la situazione e ricondurla alla fisica conosciuta.

Qui sta anche l'unica difficoltà della prima domanda, alla quale si potrebbero dare *risposte con diverso livello di comprensione*, e che quindi consentirebbero una *corrispondente ampiezza di valutazione*.

Raccomandazioni conclusive

1. Enunciare le “regole del gioco”: che cosa ci si aspetta dallo studente.

2. Evitare schematizzazioni assurde, o quanto meno discuterne l’uso.

3. No alle regole catechistiche, ma no anche agli “indovinelli”.

4. Abituare alle stime, al confronto con la realtà: a questo servono i numeri.

5. Gli errori sperimentali sono una cosa (e nei problemi di regola non andrebbero considerati). Le approssimazioni numeriche sono un’altra, ma non dobbiamo preoccuparcene.

6. Un problema dovrebbe includere più domande graduate, di difficoltà crescente.